

Estadística no paramétrica aplicada a la investigación científica

**Con software SPSS, MINITAB Y
EXCEL**

Enfoque práctico


Eidec
EDITORIAL

**Estadística no paramétrica aplicada a
la investigación científica con software
SPSS, MINITAB Y EXCEL**

Enfoque práctico

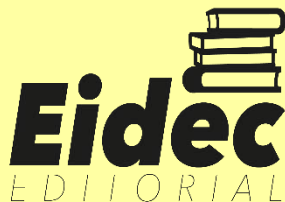
Estadística no paramétrica aplicada a la investigación científica con software SPSS, MINITAB Y EXCEL

Enfoque práctico

**Colección:
Resultado de Investigación**

**Volumen No. 1
Primera Edición 2019
Editorial EIDEC**

**ISBN: 978-958-52030-9-9
Fecha Publicación: 2019-12-18
comiteeditorial@editorialeidec.com
www.editorialeidec.com
Colombia**



AUTORES

Adrián Quispe Andía

Kriss Melody Calla Vasquez

Judith Soledad Yangali Vicente

José Luis Rodríguez López

Ilich Ivan Pumacayo Palomino

Contenido

Introducción	10
UNIDAD I.....	11
1.1. Concepto de estadística.....	12
1.2 Estadísticos paramétricos	15
1.3 Estadísticos no paramétricos	15
1.4 La prueba U de Mann-Whitney.....	15
UNIDAD II.....	27
2.1 La Prueba de Kruskal-Wallis	28
2.2. La prueba de Wilcoxon	36
UNIDAD III	41
3.1 Prueba de Friedman.....	42
3.2 Coeficientes de correlación Spearman (rs).....	47
UNIDAD IV.....	55
4.1. Distribución Ji-Cuadrada o Chi-cuadrada o X^2	56
Referencias	77
Semblanza Autores	78

Lista de Figuras

<i>Figura 1</i> Programa SPSS - tipo de variable.	20
<i>Figura 2</i> Programa SPSS - datos.	21
<i>Figura 3</i> Programa SPSS – muestras independientes.	21
<i>Figura 4</i> Programa SPSS – Mann Whitney	22
<i>Figura 5</i> Programa SPSS – Resultados prueba Mann – Whitney	22
<i>Figura 6</i> Programa SPSS – Variables	32
<i>Figura 7</i> Programa SPSS – Datos	33
<i>Figura 8</i> Programa SPSS – Prueba para varias muestras independientes	33
<i>Figura 9</i> Programa SPSS – Definición de agrupación.....	34
<i>Figura 10</i> Calificaciones.....	35
<i>Figura 11</i> Programa SPSS – Variables prueba de Wilcoxon.....	37
<i>Figura 12</i> Programa SPSS – Datos prueba de Wilcoxon Fuente: autoría propia.	37
<i>Figura 13</i> Programa SPSS – Muestras Relacionadas prueba de Wilcoxon.....	38
<i>Figura 14</i> Programa SPSS – Asignación de Variables prueba de Wilcoxon	38
<i>Figura 15</i> Programa SPSS – Resultados prueba Wilcoxon.....	39
<i>Figura 16</i> Programa SPSS – Resultados prueba Friedman	43
<i>Figura 17</i> Programa SPSS – muestras relacionadas prueba Friedman.....	44
<i>Figura 18</i> Programa SPSS – variables de contraste prueba Friedman	44
<i>Figura 19</i> Rangos de puntuación	46
<i>Figura 20</i> Variables – Prueba Spearman	49
<i>Figura 21</i> Registro de datos - Prueba Spearman	49
<i>Figura 22</i> Spearman.....	50

<i>Figura 23</i> Ejemplo 1 prueba de Spearman	51
<i>Figura 24</i> Ejemplo 2 prueba de Spearman.	52
<i>Figura 25</i> Tablas de frecuencias observadas (O): recopilado de datos observable	61
<i>Figura 26</i> Tablas de frecuencias esperadas	62
<i>Figura 27</i> Datos para Chi-cuadrada.....	64
<i>Figura 28</i> Prueba de Chi-cuadrada de dos factores.	64
<i>Figura 29</i> Variables para Prueba de Chi-cuadrada	65
<i>Figura 30</i> Resultados de Prueba de Chi-cuadrada.....	65
<i>Figura 31</i> Variables de Prueba de Chi-cuadrada	66
<i>Figura 32</i> Datos de Prueba de Chi-cuadrada	66
<i>Figura 33</i> Muestra literal de Prueba de Chi-cuadrada	67
<i>Figura 34</i> Datos de Prueba de Chi-cuadrada	68
<i>Figura 35</i> Datos de Prueba en Excel de Chi-cuadrada	70
<i>Figura 36</i> Selección de datos en Excel para prueba de Chi-cuadrada.....	70
<i>Figura 37</i> Resultado en Excel para prueba de Chi-cuadrada.....	71
<i>Figura 38</i> Sistema de Calificación.....	71
<i>Figura 39</i> Actitud hacia el control de precios y salarios.	72
<i>Figura 40</i> Número de horas que miran TV.....	75

Lista de Tablas

<i>Tabla 1</i>	18
<i>Tabla 2</i>	19
<i>Tabla 3</i>	23
<i>Tabla 4</i>	24
<i>Tabla 5</i>	24
<i>Tabla 6</i>	25
<i>Tabla 7</i>	25
<i>Tabla 8</i>	26
<i>Tabla 9</i>	29
<i>Tabla 10</i>	32
<i>Tabla 11</i>	34
<i>Tabla 12</i>	35
<i>Tabla 13</i>	37
<i>Tabla 14</i>	40
<i>Tabla 15</i>	40
<i>Tabla 16</i>	43
<i>Tabla 17</i>	45
<i>Tabla 18</i>	45
<i>Tabla 19</i>	47
<i>Tabla 20</i>	48
<i>Tabla 21</i>	50

<i>Tabla 22</i>	53
<i>Tabla 23</i>	53
<i>Tabla 24</i>	54
<i>Tabla 25</i>	54
<i>Tabla 26</i>	58
<i>Tabla 27</i>	58
<i>Tabla 28</i>	59
<i>Tabla 29</i>	68
<i>Tabla 30</i>	69
<i>Tabla 31</i>	69
<i>Tabla 32</i>	73
<i>Tabla 33</i>	74
<i>Tabla 34</i>	74

Introducción

Así como la nueva concepción de la educación del hombre, busca su desarrollo personal, la interrelación con los demás, la incorporación de cultura, y la capacitación tecnológica implica por ello dar aportes sustanciales de algunas experiencias del campo de la estadística aplicada con software.

La nueva concepción del aprendizaje consiste en aprender a aprender. La enseñanza es la función del profesor que es formador de personas, el cual actúa como un guía. Su tarea principal es acompañar el proceso de desarrollo y maduración de sus alumnos estimulando su capacidad de pensar, aprender y resolver problemas con autonomía.

La elaboración de un Texto a nivel universitario tiene el propósito fundamental de estimular y fortalecer el desarrollo de la investigación y propiciar la lectura de textos científicos tecnológicos. Además, de producir nuevos conocimientos con la finalidad de promover cambios e innovación que coadyuven en la transformación y solución de problemas que existen en nuestra institución y en la sociedad.

La estadística está involucrada en todas las áreas profesionales, se la estudia desde la educación básica, superior y posgrado, participa activamente en los cambios de las otras disciplinas. Además, la estadística no paramétrica se aplica a casos en las que los datos no están enmarcadas en una normalidad de datos, por ello se elige el estadístico no paramétrico adecuado para probar las hipótesis. Esperamos que el presente texto ayude a los investigadores a procesar adecuadamente sus datos y llegar a la verdad científica mediante una prueba de hipótesis adecuada.

UNIDAD I

Objetivos:

- Conceptualizar la estadística no paramétrica
- Aplicar los estadísticos no paramétricos en la prueba de hipótesis correctamente.
- Diferenciar los estadísticos no paramétrico en cuanto a su aplicación dependiendo de las variables de manera correcta.

UNIDAD I

1.1. Concepto de estadística

Estadística viene de la palabra italiana "Statista" que significa "expresión" y fue introducida por primera vez a Inglaterra en el siglo XVIII. Asimismo, se define como la técnica utilizada en una investigación para la recolección de datos, clasificación, presentación, análisis y luego toma de decisiones.

Nuestro país tiene al Instituto Nacional de Estadística e informática (INEI) que se encarga de estudiar el comportamiento demográfico, económico y de la producción nacional para que el gobierno y la empresa privada tomen decisiones.

Todas las carreras profesionales llevan estadística como asignatura de formación en el nivel superior, pregrado y posgrado y también en los alumnos de educación básica. Por ello, es que es fundamental y aplicada a muchas situaciones, comerciales, estudio de mercado, demografía, elecciones y lo más significativo para probar hipótesis en una investigación científica.

Se divide en estadística descriptiva e inferencial.

Estadística Descriptiva: Es aquella que describe el comportamiento de los datos al recolectarlos, clasificarlos, presentarlos y analizarlos, permite tomar decisiones pero sin inferir.

Estadística Inferencial: es aquella que en la que se usa las probabilidades en el comportamiento de los datos al recolectarlos, clasificarlos, presentarlos y analizarlos, permite tomar decisiones haciendo inferencia estadística.

Dato

Es el registro de una información, o agrupación de cualquier número de observaciones relacionadas. Para que los datos sean útiles, los datos necesitan estar organizadas en tal forma que se puedan identificar tendencias y llegar a conclusiones lógicas.

Variable.

Es un símbolo tal como X, Y, H que puede tomar un valor cualquiera de un conjunto determinado de ellos, llamado dominio de la variable. De igual forma, son los elementos o propiedades que se estudian: sexo, ingresos, educación, clase social, entre otros aspectos. Las variables pueden clasificarse en dos tipos, Cualitativas o Cuantitativas.

Variable cualitativa

Es una variable que no puede expresarse numéricamente sino que tiene naturaleza de categoría, es decir, que genera datos expresados con palabras denotando cualidades o atributos. Si la información de la variable que vamos a organizar corresponde a una variable cualitativa y si los datos generados no implican orden al enunciarlos, dicha información se reagrupa en categorías.

Variable cualitativa no ordenable

Cuando los sucesos elementales se reagrupan en categorías y no requieren un orden determinado, pero si tiene un límite definido excluyentes unas de otras. Ejemplo:

Variable Categoría Nominal

Estado civil: soltero, casado, viudo, unión libre

Religiosidad: católico, protestante, budista, etc.

Sexo: femenino, masculino

Nacionalidad: colombiano, peruano, etc.

Rendimiento académico: excelente, bueno, regular, deficiente

Nivel Socio-económico: alto, medio, bajo

Variable cualitativa ordinal

Cuando los datos se reagrupan en rangos y están definidos por cualidades o atributos.

Ejemplo. En una evaluación de lectura (variable) sus rangos son: eficiente, bueno, aceptable, deficiente (orden decreciente)

Variable cuantitativa ordinal

Cuando los datos se reagrupan en rangos y están definidos por números, se pueden jerarquizar pero no se conoce la intensidad de los rangos, es decir, quien es mayor o menor.

Ejemplo. Nivel socioeconómico, nivel magisterial, grados de un militar, grados académicos, escala de Likert, etc.

Variable cuantitativa continúa (lo que se puede medir)

Cuando la variable puede tomar cualquier valor entre dos valores dados consecutivos.

Ejemplo: talla, peso, rendimiento académico, cociente intelectual, sueldos, temperatura, etc.

Variable cuantitativa discreta (lo que se puede contar)

Cuando los sucesos o datos son números enteros.

1.2 Estadísticos paramétricos

Las técnicas estadísticas de estimación de parámetros, intervalos de confianza y prueba de hipótesis son, en conjunto, denominadas estadística paramétrica y son aplicadas básicamente a variables continuas. Estas se basan en especificar una forma de distribución de la variable aleatoria y de los estadísticos derivados de los datos.

En estadística paramétrica se asume que la población de la cual la muestra es extraída es NORMAL o tienen distribución normal. Esta propiedad es necesaria para que la prueba de hipótesis sea válida.

1.3 Estadísticos no paramétricos

En un gran número de casos no se puede determinar la distribución original ni la distribución de los estadísticos por lo que en realidad no tenemos parámetros a estimar. Se tiene solo distribuciones que comparar. Esto se llama ESTADÍSTICA NO PARAMÉTRICA. Para ello las variables en estudio tendrán que ser nominales u ordinales.

1.4 La prueba U de Mann-Whitney

Es una prueba no paramétrica aplicada a dos muestras independientes. Es decir, es el no paramétrico de la prueba T de Student.

La prueba de Mann-Whitney se usa para comprobar la heterogeneidad de dos muestras ordinales. El planteamiento de partida es:

1. Las observaciones de ambos grupos son independientes.
2. Las observaciones son variables ordinales o continuas.
3. Bajo la hipótesis nula, las distribuciones de partida de ambas distribuciones es la misma.
4. Bajo la hipótesis alternativa, los valores de una de las muestras *tienden a exceder* a los de la otra: $P(X > Y) + 0.05 P(X = Y) > 0.05$.

Para calcular el estadístico U se asigna a cada uno de los valores de las dos muestras su rango para construir

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - R_1$$

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - R_2$$

donde n_1 y n_2 son los tamaños respectivos de cada muestra; R_1 y R_2 es la suma de los rangos de las observaciones de las muestras 1 y 2 respectivamente.

El estadístico U se define como el mínimo de U_1 y U_2 .

Los cálculos tienen que tener en cuenta la presencia de observaciones idénticas a la hora de ordenarlas. No obstante, si su número es pequeño, se puede ignorar esa circunstancia.

La prueba calcula el llamado estadístico U , cuya distribución para muestras con más de 20 observaciones se aproxima bastante bien a la distribución normal.

La aproximación a la normal, z , cuando tenemos muestras lo suficientemente grandes viene dada por la expresión:

$$z = (U - m_U) / \sigma_U$$

Dónde: m_U y σ_U son la media y la desviación estándar de U si la hipótesis nula es cierta, y vienen dadas por las siguientes fórmulas:

$$m_U = n_1 n_2 / 2.$$

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}.$$

Formulación de hipótesis:

H0: $\mu_1 = \mu_2$: No hay diferencia entre las dos poblaciones (misma media)

H1: $\mu_1 \neq \mu_2$: hay diferencia entre las dos poblaciones (distinta media)

Criterio:

Se rechaza H0, si $Z > Z_{\alpha/2}$

Se acepta Ha, si $Z < Z_{\alpha/2}$

Donde Z: Z obtenido y $Z_{\alpha/2}$: Z crítico = 1,96 al 95% nivel de confianza

Otro modo:

Nivel de significación. Para todo valor de probabilidad igual o menor que 0,05, se acepta Ha y se rechaza Ho.

Zona de rechazo. Para todo valor de probabilidad mayor que 0.05, se acepta H_0 y se rechaza H_a .

Ejemplo. Suponga que una fábrica de cerámicas desea comparar el tiempo que toma a las piezas de barro enfriarse después de haberse cocinado en el horno mediante dos métodos diferentes.

Los ceramistas queman 12 piezas utilizando el método 1, y 10 utilizando el método 2. El número de minutos necesarios para que cada pieza se enfríe es el siguiente:

Tabla 1

Rangos de tiempos de enfriamiento

Método 1	27	31	28	29	39	40	35	33	32	36	37	43
Método 2	34	24	38	28	30	34	37	42	41	44		

Elaboración propia.

Se calcula el estadístico de Mann-Whitney para cada muestra de la ecuación, así:

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - \sum R_1$$

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - \sum R_2$$

$$U_1 = (12)(10) + \frac{12(12 + 1)}{2} - 130 = 68$$

$$U_2 = (12)(10) + \frac{10(10 + 1)}{2} - 123 = 52$$

Se nota que $U_1 + U_2 = n_1 n_2$ proporciona un chequeo rápido de su aritmética.

Media y Desviación estándar de la distribución muestral para la Prueba U de Mann-Whitney

$$\mu_u = \frac{n_1 n_2}{2} = \frac{(12)(10)}{2} = 60$$

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}} = \sqrt{\frac{(12)(10)(12 + 10 + 1)}{12}} = 15.17$$

Valor de Z para normalizar la prueba U de Mann-Whitney

$$Z = \frac{U_1 - \mu_u}{\sigma_u}$$

Prueba de dos extremos: Probar la hipótesis de que los tiempos promedio de enfriamiento de enfriamiento del método 1 y del método 2 son los mismos

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

Utilizando arbitrariamente U_2 , se tiene que

$$Z = \frac{52 - 60}{15.17} = -0.053$$

Si $\alpha = 10\%$, la regla de decisión es “No rechazar si $-1.65 \leq Z \leq 1.65$. Rechazar si $Z < -1.65$ o $Z > 1.65$ ”.

Como $Z = -0.53$ se puede concluir al nivel de significancia del 10% que los tiempos promedio de enfriamiento son los mismos para ambos métodos de cocción.

APLICACIONES

Ejemplo 1. 10 personas recibieron previamente un tratamiento farmacológico: 5 experimental (x) y 5 convencional (y) obteniéndose los siguientes resultados porcentuales.

Tabla 2

Rangos de tratamiento farmacológico

Experimental (x)	73	42	90	58	62
convencional (y)	50	23	68	40	45

Elaboración Propia

Analizar el 95% de confianza, contrastando si el porcentaje de resultados favorables fue mayor o igual en el grupo experimental que el convencional.

Planteamiento de la hipótesis

$H_0: u_1 \geq u_2$ (la media del grupo experimental es mayor o igual a la media convencional)

$H_a: u_1 < u_2$ (la media del grupo experimental es menor a la media convencional).

PASOS:

Utilizando el programa estadístico SPSS tenemos:

1.- Definir el tipo de variable

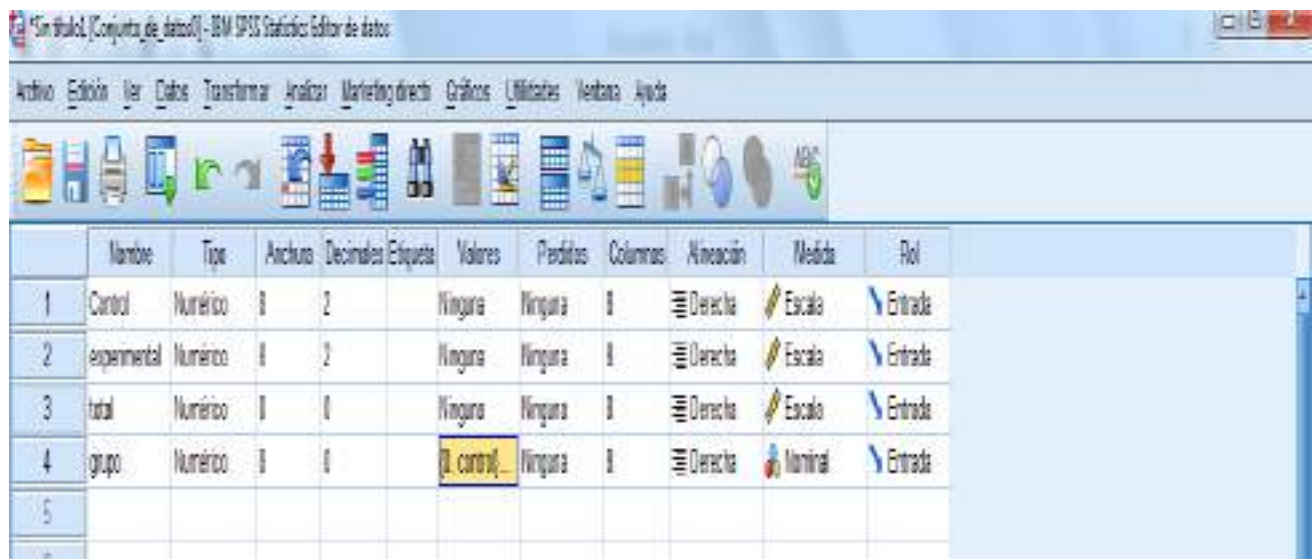


Figura 1 Programa SPSS - tipo de variable.

Fuente: autoría propia.

2.- Ingresar los datos

	Control	experimental	total	grupo
1	50.00	73.00	50	0
2	23.00	42.00	23	0
3	68.00	90.00	68	0
4	40.00	50.00	40	0
5	45.00	62.00	45	0
6			73	1
7			42	1
8			90	1
9			50	1
10			62	1
11				

Figura 2 Programa SPSS - datos.

Fuente: autoría propia.

3.- Ir al menú analizar/prueba no paramétrica/cuadros de diálogos antiguos/dos muestras independientes

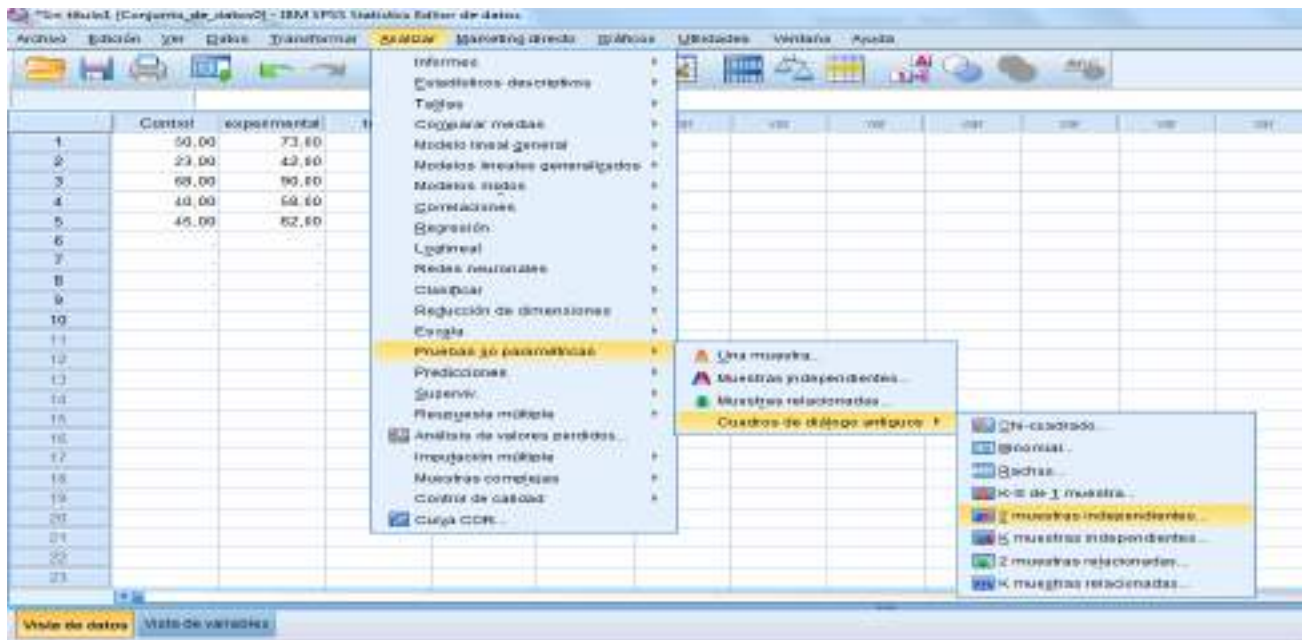


Figura 3 Programa SPSS – muestras independientes.

Fuente: autoría propia.

4.- Aparece una ventana y se adjuntan los datos / check en la casilla U de Mann Whitney

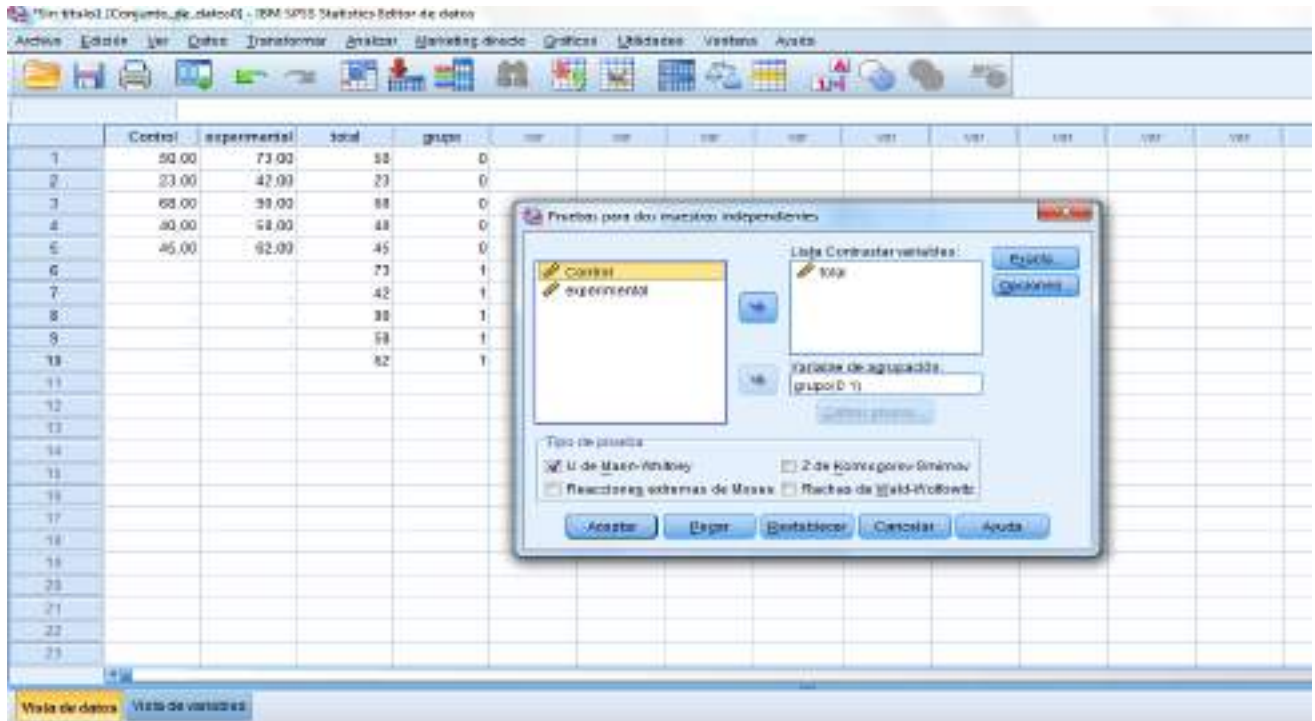


Figura 4 Programa SPSS – Mann Whitney

Fuente: autoría propia.

5.- Se acepta y luego aparece en la ventana de resultados lo siguiente:

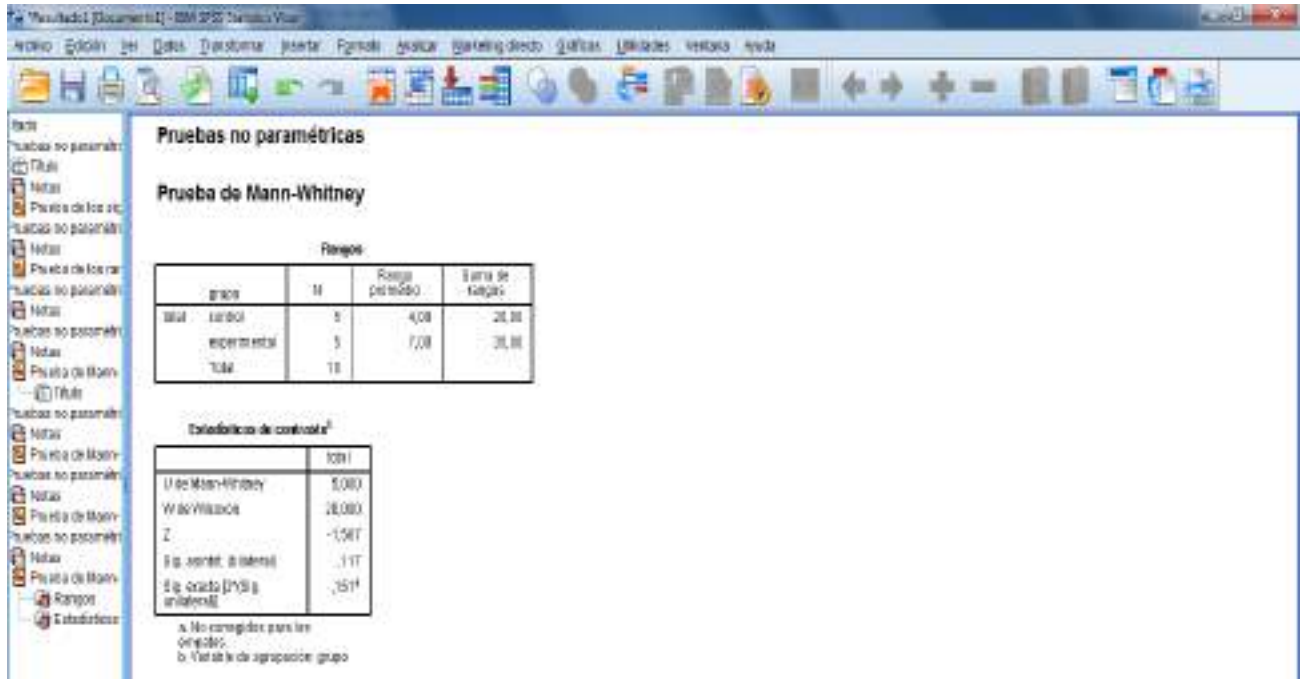


Figura 5 Programa SPSS – Resultados prueba Mann – Whitney

Fuente: autoría propia.

ANÁLISIS:

Como $Z=-1,567$ y z crítico $=-1,96$ (95% nivel de confianza) cae en la zona de aceptación de la hipótesis nula.

Así mismo $\text{sig} > 0,05$ por lo que se acepta la hipótesis nula.

Es decir que se prueba la hipótesis nula $H_0: u_1 \geq u_2$.

Decisión: la media del grupo experimental es mayor o igual a la media convencional.

PROPUESTOS:

Ejercicio 1: Número de horas semanales dedicadas a estudiar las asignaturas de matemática y contabilidad.

Planteamiento de la hipótesis

$H_0: u_1 = u_2$: los estudiantes dedican el mismo tiempo a estudiar ambas asignaturas.

$H_a: u_1 \neq u_2$: los estudiantes no dedican el mismo tiempo a estudiar ambas asignaturas.

Tabla 3

Rangos de número de horas.

Economía financiera	10	6	8	10	12	13	9	5	11		
Contabilidad	13	17	14	12	10	9	16	11	8	9	7

Elaboración propia

Ejercicio 2: Un supervisor desea saber si los promedios de calificaciones en dos colegios que supervisa son iguales. Se toman dos muestras aleatorias independientes de las calificaciones de 15 alumnos de cada plantel con los siguientes resultados. Al 95% de confianza.

Tabla 4

Rangos de notas.

Colegio A	10	11	8	7.5	13	9.5	10.5	12.5	14	8.5	11.5	12	15	6	7.75
Colegio B	9.2	11.2	8.3	13.6	6.5	7.25	8.9	16	11.4	15.5	5.5	12.4	9.25	5	9

Propia del autor

Plantear las hipótesis y probarlas.

Ejercicio 3: Un maestro utiliza dos métodos para enseñar a leer a un grupo de 10 niños de 6 años, quienes ingresan por primera vez al colegio. El docente quiere demostrar que el procedimiento ideado por él es más efectivo que el tradicional; para ello, mide el desempeño en la lectura en función de la fluidez, comprensión, análisis y síntesis y los métodos diferentes aplicados en dos grupos de niños son:

Tabla 5

Rangos de calificaciones.

Método aplicado	Calificaciones				
Tradicional	80	85	25	70	90
Inventado por el investigador	95	100	93	110	45

Propia del autor

Planteamiento de la hipótesis

- **Hipótesis alterna (Ha).** Las calificaciones de ejecución de lectura, según el método de enseñanza del docente son más altas y diferentes que las observadas en el método tradicional
- **Hipótesis nula (Ho).** Las diferencias observadas entre las calificaciones de ejecución de lectura mediante los dos métodos se deben al azar.

Ejercicio 5: Los alfareros queman 12 piezas utilizando el método 1, 10 utilizando el método 2. El número de minutos necesarios para que cada pieza se enfríe es el siguiente:

Tabla 6

Rangos de tiempo de enfriamiento

Método 1	27	31	28	29	39	40	35	33	32	36	37	43
Método 2	34	24	38	28	30	34	37	42	41	44		

Propia del autor.

Ejercicio 6: Supóngase que se desea comparar las duraciones medias de dos tipos de baterías de 9 voltios sobre la base de las siguientes duraciones (en horas):

Tabla 7

Rangos de duración de baterías.

Marca A	6.9	11.2	14.0	13.2	9.1	13.9	16.1	9.3	2.4	6.4	18.0	11.5
Marca B	15.5	11.1	16.0	15.8	18.2	13.7	18.3	9.0	17.2	17.8	13.0	15.1

Propia del autor

Ejercicio 7 : Las siguientes son las ganancias de peso (en libras) de dos muestras seleccionadas al azar de pavos jóvenes alimentados con dos dietas diferentes pero mantenidos en condiciones idénticas.

Tabla 8

Rangos de peso

Dieta 1	16.3	10.1	10.7	13.5	14.9	11.8	14.3	10.2	12.0	14.7	23.6	15.1	14.5	18.4	13.2	14.0
---------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Dieta 2	21.3	23.8	15.4	19.6	12.0	13.9	18.8	19.2	15.3	20.1	14.8	18.9	20.7	21.1	15.8	16.2
---------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Propia del autor.

Utilice la prueba U de muestra grande con un nivel de significancia de 0.01 para probar la hipótesis nula de que las dos poblaciones muestrales tienen distribuciones idénticas contra la hipótesis alternativa de que, en promedio, la segunda dieta produce una mayor ganancia de peso.

UNIDAD II

Objetivos:

- Diferenciar los estadísticos no paramétrico en cuanto a su aplicación dependiendo de las variables de manera correcta.
- Aplicar los estadísticos no paramétricos Kruskal-Wallis y Wilcoxon eficientemente.

UNIDAD II

2.1 La Prueba de Kruskal-Wallis

Es un estadístico no paramétrico para probar si un grupo de datos proviene de la misma población. Se utiliza para varias muestras independientes, es idéntico al ANOVA con los datos reemplazados por categorías. Es una extensión de la prueba de la U de Mann-Whitney para 3 o más grupos, la prueba de Kruskal-Wallis no asume la normalidad en los datos, en oposición al tradicional ANOVA. Su fórmula es:

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1)$$

Donde:

n_j : número de elementos de la muestra j

R_j : suma de rangos de todos los elementos de la muestra j

k : número de muestras

n : $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$ número total de observaciones

Hipótesis planteadas:

H_0 : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$ no hay diferencias entre las medias de las k poblaciones

H_a : al menos difieren dos medias: existen diferencias entre las medias de la k poblaciones

Ejemplo. Un nuevo gerente de Avon debe comparar el tiempo que les toma a tres clientes pagar los envíos del nuevo producto New-Face Cream, ofrecido por la empresa. Se seleccionan aleatoriamente varias compras de cada cliente, junto con el número de días que cada uno se tomó en liquidar su cuenta. Los resultados aparecen en la Tabla 7.

Tabla 9

Número de días para pagar a Avon la entrega recibida.

Compra	1	2	3
1	28	26	37
2	19	20	28
3	13	11	26
4	28	14	35
5	29	22	31
6	22	21	
7	21		

Propia del autor

Estadístico Kruskal- Wallis:

$$K = \frac{12}{n(n+1)} \left[\sum \frac{R_i^2}{n_i} \right] - 3(n+1)$$

Donde n_i es el número de observaciones en la i -ésima muestra

n es el número total de observaciones en todas las muestras.

R_i es la suma de los rangos de la i -ésima muestra.

Calculando el estadístico K se tiene:

$$K = \frac{12}{18(18+1)} \left[\frac{(62)^2}{7} + \frac{(34.5)^2}{6} + \frac{(74.5)^2}{5} \right] - 3(18+1) = 8.18$$

Enseguida comparamos K con un valor crítico. La distribución de K es aproximada por una distribución chi-cuadrada con $k - 1$ grados de libertad. Si K excede el valor crítico de chi-cuadrada, se rechaza la hipótesis nula. En caso de seleccionar un valor de α de 5% en la prueba de Avon, el valor crítico de chi-cuadrado dados $3 - 1 = 2$ grados de libertad es $\chi_{0.05,2}^2 = 5.99$.

Regla de decisión: No rechazar si $k \leq 5.99$. Rechazar si $k > 5.99$

Como $k = 18.8 > 5.99$, se rechaza la hipótesis nula de que no hay diferencia en el tiempo que toma a tres clientes pagar sus cuentas con Avon.

En el caso de que se rechace la hipótesis nula, el siguiente paso lógico es determinar cuáles diferencias son estadísticamente significativas y cuáles se deben a un error de muestreo. Esto involucra una comparación de todos los pares posibles. Los pasos para la comparación son los siguientes:

1. Calcular el rango promedio para cada muestra.

$$\bar{R}_1 = \frac{62}{7} = 8.86$$

$$\bar{R}_2 = \frac{34.5}{6} = 5.75$$

$$\bar{R}_3 = \frac{74.5}{5} = 14.9$$

2. Calcular diferencias absolutas

$$|\bar{R}_1 - \bar{R}_2| = |8.86 - 5.75| = 3.11$$

$$|\bar{R}_1 - \bar{R}_3| = |8.86 - 14.9| = 6.04$$

$$|\bar{R}_2 - \bar{R}_3| = |5.75 - 14.9| = 9.15$$

3. Comparación con el valor crítico C_k :

$$C_k = \sqrt{\chi_{\alpha, k-1}^2 \left[\frac{n(n-1)}{12} \right] \left[\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right]}$$
$$= \sqrt{5.99 \left[\frac{(18)(19)}{12} \right] \left[\frac{1}{7} + \frac{1}{6} \right]} = 7.27 \text{ Comparacion del cliente 1 con el 2}$$
$$C_k = \sqrt{5.99 \left[\frac{(18)(19)}{12} \right] \left[\frac{1}{7} + \frac{1}{5} \right]} = 7.65 \text{ Comparacion del cliente 1 con el 3}$$
$$C_k = \sqrt{5.99 \left[\frac{(18)(19)}{12} \right] \left[\frac{1}{6} + \frac{1}{5} \right]} = 7.91 \text{ Comparacion del cliente 2 con el 3}$$

4. Comparación de las diferencias contra los valores críticos

$$|\bar{R}_1 - \bar{R}_2| = |8.86 - 5.75| = 3.11 < 7.27 \text{ Por tanto 1 y 2 no difieren}$$
$$|\bar{R}_1 - \bar{R}_3| = |8.86 - 14.9| = 6.04 < 7.65 \text{ Por tanto 1 y 3 no difieren}$$
$$|\bar{R}_2 - \bar{R}_3| = |5.75 - 14.9| = 9.15 > 7.91 \text{ y entre 2 y 3 si existe diferencia}$$

Ejemplo:

Se disponen de las calificaciones de 20 estudiantes que rindieron exámenes después de haber recibido instrucción siguiendo tres métodos diferentes. Método de instrucción individualizada A (6 estudiantes), el método de instrucción programada B (5 estudiantes) y el método interactivo C (9 estudiantes). Estamos interesados en evaluar la efectividad de estos tres métodos en el proceso de aprendizaje, con un nivel de significancia del 5%.

*Tabla 10
Calificaciones.*

A	B	C
74	78	68
88	80	83
82	65	50
93	57	91
55	89	84
70		77
		94
		81
		92

Propia del autor



En SPSS

1.- Definir las variables.



Figura 6 Programa SPSS – Variables

Fuente: autoría propia.

2.- Llenar los datos

	A	B	C	todo	grupo	var1	var2	var3	var4
1	74	78	88	74	1				
2	88	80	83	88	1				
3	82	65	50	82	1				
4	93	57	91	93	1				
5	55	89	84	55	1				
6	70		77	70	1				
7			94	78	2				
8			81	80	2				
9			92	65	2				
10				57	2				
11				89	2				
12				68	3				
13				83	3				
14				50	3				
15				91	3				
16				84	3				

Figura 7 Programa SPSS – Datos

Fuente: autoría propia.

3.- Ir al menú analizar/k muestras independientes/cuadro de dialogo antiguos/prueba para varias muestras independientes

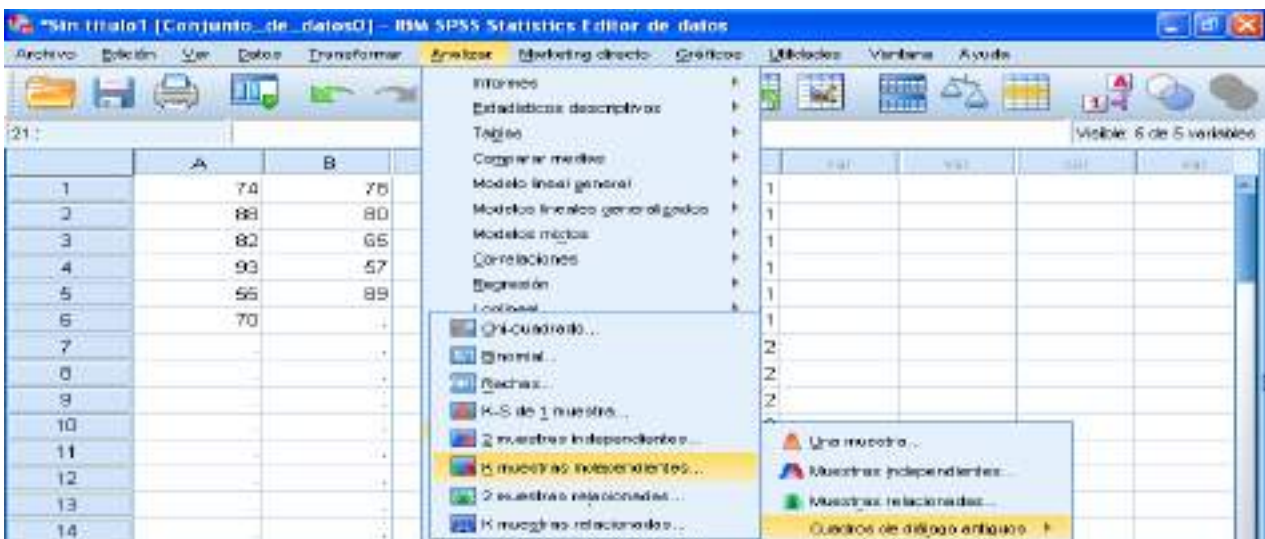


Figura 8 Programa SPSS – Prueba para varias muestras independientes

Fuente: autoría propia.

4.- Asignar especificaciones: definir agrupación

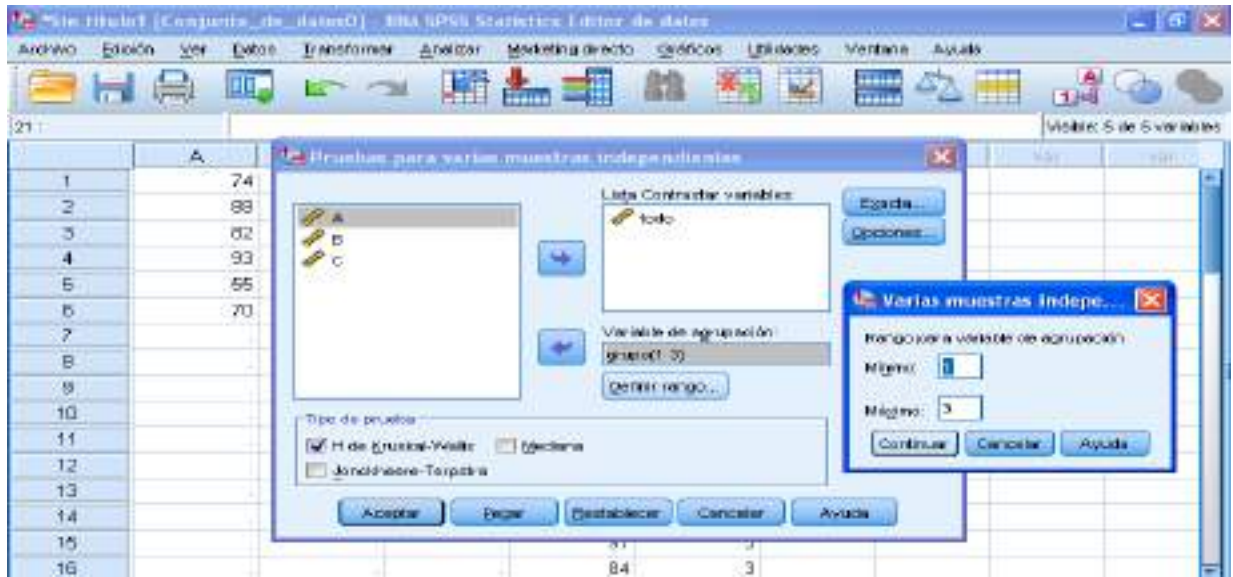


Figura 9 Programa SPSS – Definición de agrupación
Fuente: autoría propia.

5.- Se obtiene:

Tabla 11
Rangos en prueba de Kruskal-Wallis

Grupo	No	Rango Promedio
Todo	1	6
	2	5
	3	9
Total	20	

Propia del autor

Tabla 12
Estadísticos de contraste

	todo
Chi - Cuadrado	1,145
gl	2
Sig. Asintót.	,564

Propia del autor

Como $X^2(\text{chi calculado}) = 1.145$ (chi cuadrado) y $gl = 2$ chi critico = 5,99 (95% de confianza)

Decisión estadística: Chi cuadrado < chi critico entonces se acepta la H_0 . Es decir no hay diferencias entre los 3 métodos usados en el proceso de aprendizaje.

PROPUESTOS:

Ejercicio 1: Se disponen de calificaciones de 7 empleados de la escuela A, 6 de la B y 7 de la C.

A	B	C
25	60	50
70	20	70
60	30	60
85	15	80
95	40	90
90	35	70
80		75

Figura 10 Calificaciones
Fuente: autoría propia.

Hipótesis planteadas:

H_0 : Las poblaciones son idénticas en términos de las evaluaciones de desempeño.

H_a : Las poblaciones no son idénticas en términos de las evaluaciones de desempeño

Ejercicio 2:

Tres vecinos discuten acerca que cual de sus perros corre más rápido y deciden hacer un pequeño experimento. Cada perro corre una pequeña distancia 3 veces. Se registran los tiempos que demoran los perros en correr en segundos:

Caputo: 9, 14, 13

Comotu: 11, 12, 14

Sultan : 10, 14, 15

Se tienen 3 grupos independientes.

H_0 : la distribución de los tiempos de los tres perros es igual.

H_1 : la distribución de los tiempos de al menos uno de los perros es distinta.

2.2. La prueba de Wilcoxon

La prueba de los rangos con signo de Wilcoxon es un estadístico no paramétrico que se utiliza para comparar la media de dos muestras relacionadas y determinar si existen diferencias entre ellas. Se utiliza como alternativa a la prueba t de Student cuando no se puede suponer la normalidad de dichas muestras. Se utiliza cuando la variable subyacente es continua (nominales) pero no se presupone ningún tipo de distribución particular.

Formula: $E(t) = n(n+1)/4$, $P(T) = n(n+1)(2n+1)/24$ y $Z = (T - E(T)) / \sqrt{P(T)}$

Hipótesis planteada $H_0 : u_2 = u_1$ (no hay diferencias de medias)

$H_1 : u_2 < u_1$ (hay diferencias de medias)

Se rechaza H_0 si $Z < Z_\alpha$

Ejemplo 1: se realiza un experimento para determinar la eficacia de un tratamiento que busca mejorar la circulación coronaria en pacientes con anemia severa crónica. Participan 8 pacientes y se registra un índice específico de presión sanguínea coronaria antes y después.

Tabla 13
Registro Presión Sanguínea.

Antes	10.9	57	53	57	68	72	51	65
Después	56	44	55	40	62	46	49	41

Propia del autor

$H_0: u_1 = u_2$ (no hay eficacia en el tratamiento)

$H_a: u_1 < u_2$ (existe eficacia en el tratamiento)

EN SPSS:

1. Definir las variables



Figura 11 Programa SPSS – Variables prueba de Wilcoxon

Fuente: autoría propia.

2. Llenar los datos



Figura 12 Programa SPSS – Datos prueba de Wilcoxon Fuente: autoría propia.

3. Ir al menú analizar/k muestras independientes/cuadro de dialogo antiguos/2 muestras relacionadas

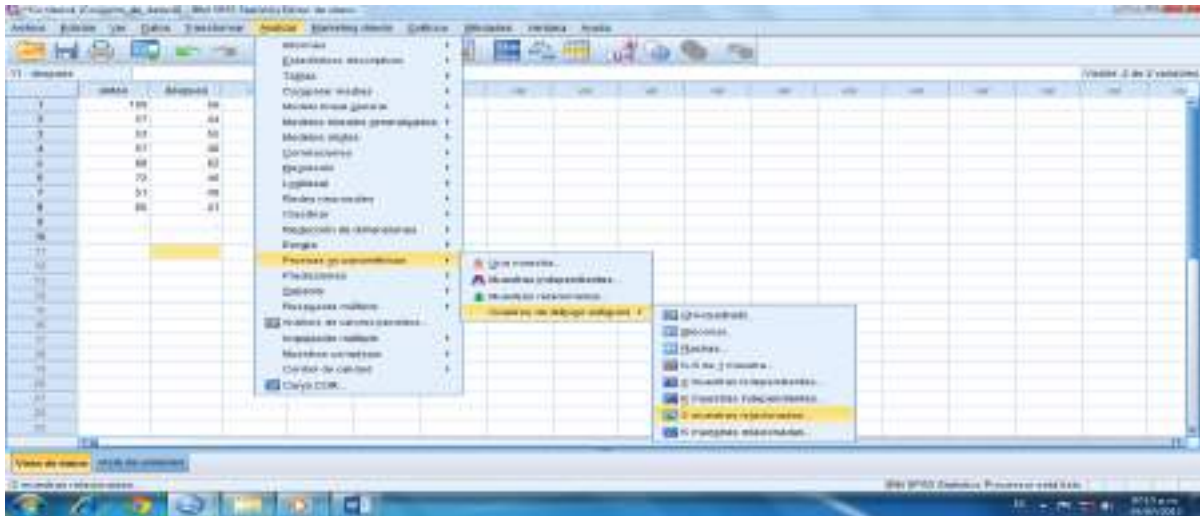


Figura 13 Programa SPSS – Muestras Relacionadas prueba de Wilcoxon
Fuente: autoría propia.

4. Se asignan las variables



Figura 14 Programa SPSS – Asignación de Variables prueba de Wilcoxon
Fuente: autoría propia.

5. Se obtiene los resultados:



Figura 15 Programa SPSS – Resultados prueba Wilcoxon

Fuente: autoría propia.

Resultados:

$Z = -2.313$ como $Z_{\text{critico}} = -1.96$ (bilateral al 95% de confianza) entonces se acepta

Ha

Ejercicio 1:

Los siguientes datos se refieren a las puntuaciones obtenidas en un test aplicadas a 16 estudiantes, antes y después del uso de una metodología especial. Verificar la hipótesis estadística que la metodología aplicada mejora las puntuaciones obtenidas. Use la prueba de rangos signos de Wilcoxon con un nivel de significancia del 5%.

Tabla 14

Rangos de puntuación.

Antes	16.4	19.4	12.2	18.1	15.3	13.8	17.6	17.9	15.9	17.3	13.5	18.5	15.9	13.5	14.9	18.9
Después	16.2	19.9	12.8	17.7	16.5	14.7	18.6	19.2	16.7	17.2	14.9	19	16.7	13.2	15.8	19.6

Propia del autor.

H0: $u_1 = u_2$

Ha: $u_1 < u_2$

Ejercicio 2:

Con el objetivo de determinar su efecto en el rendimiento de la gasolina en km por galón en los automóviles, se prueban aditivos para la gasolina. Se presentan los siguientes resultados de 12 autos, en cada uno se probó lo aditivos. Use al 95% nivel de confianza la prueba Wilcoxon para determinar si existe una diferencia entre estos aditivos.

Tabla 15

Rangos de puntuación

Auto	Aditivo 1	Aditivo 2
1	20.12	18.5
2	23.56	21.77
3	22.03	22.57
4	19.15	17.06
5	21.23	21.22
6	24.77	23.8
7	16.16	17.2
8	18.55	14.98
9	21.87	20.03
10	24.23	21.15
11	23.21	22.78
12	25.02	23.7

Propia del autor

UNIDAD III

OBJETIVOS:

- Diferenciar los estadísticos no paramétrico en cuanto a su aplicación dependiendo de las variables de manera correcta.
- Aplicar los estadísticos no paramétricos Friedman y Spearman eficientemente.

UNIDAD III

3.1 Prueba de Friedman

Es una prueba no paramétrica desarrollado por el economista Milton Friedman. Para varias muestras relacionadas. Equivalente a la prueba ANOVA para medidas repetidas en la no paramétrica, el método consiste en ordenar los datos por filas o bloques, reemplazándolos por su respectivo orden. Al ordenarlos, debemos considerar la existencia de datos idénticos es una variante de la prueba de Kruskal-wallis

$$X^2_r = \frac{12}{H K (K + 1)} \sum R_c^2 - 3H (K + 1)$$

En la expresión anterior:

- X^2_r = estadístico calculado del análisis de varianza por rangos de Friedman.
- H= representa el número de elementos o de bloques (número de hileras)
- K=el número de variables relacionadas

$\sum R_c^2$ = es la suma de rangos por columnas al cuadrado

Ejemplo: Ocho jurados evaluaron cuatro métodos de aprendizaje obteniéndose los siguientes resultados.

Tabla 16
Rangos de evaluación

Jurados	I	II	III	IV
A	23	12	17	28
B	22	12	16	27
C	23	12	17	26
D	23	17	19	29
E	25	19	12	30
F	19	13	18	24
G	20	18	20	26
H	23	15	17	25

Propia del autor

Probar si existen diferencias significativas entre los métodos de aprendizaje con un nivel de significancia del 5%

Hipótesis planteadas:

$H_0 : u_1 = u_2 = u_3 = u_4$ (la medias son iguales)

H_a : al menos dos medias son diferentes.

EN SPSS

1. Llenar los datos.

	I	II	III	IV					
1	23	12	17	28					
2	22	12	16	27					
3	23	12	17	26					
4	23	17	19	29					
5	25	19	12	30					
6	19	13	18	24					
7	20	18	20	26					
8	23	15	17	25					

Figura 16 Programa SPSS – Resultados prueba Friedman

Fuente: autoría propia.

2. Ir a analizar, luego a pruebas no paramétricas, cuadro de diálogos antiguos, K muestras relacionadas.

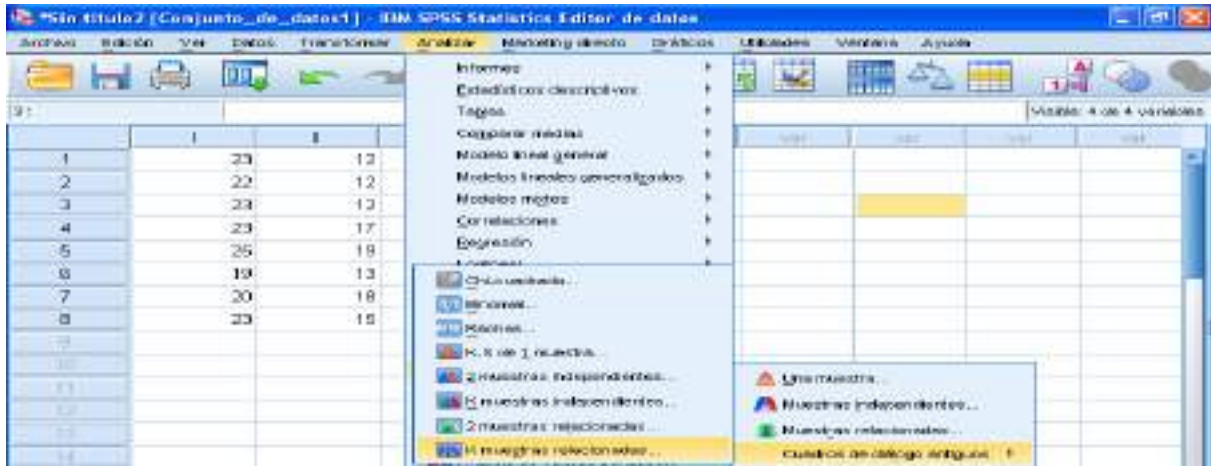


Figura 17 Programa SPSS – muestras relacionadas prueba Friedman.
Fuente: autoría propia.

3. Trasladar las variables al cuadro de “Variables de contraste” y aceptar.

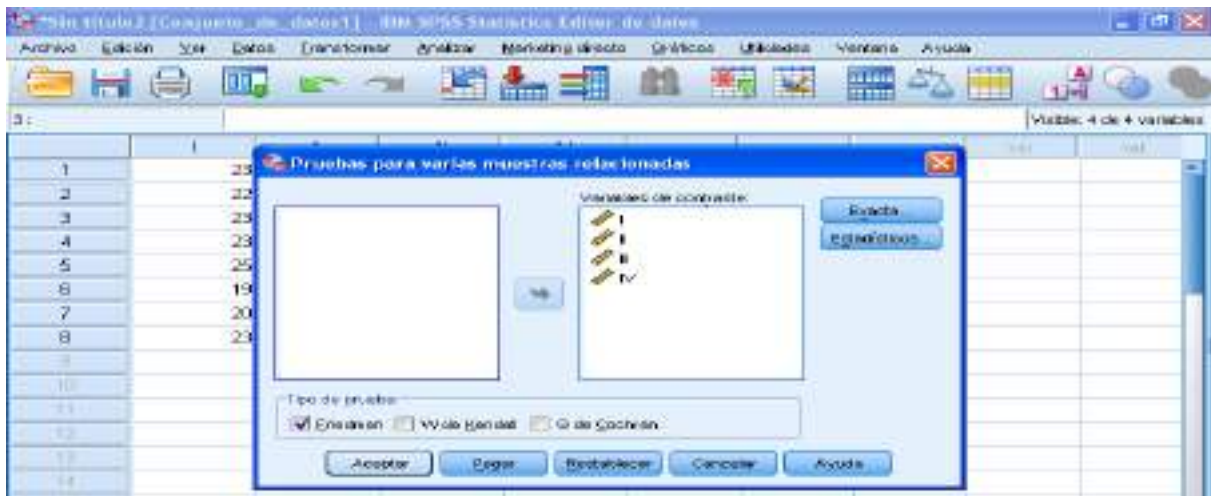


Figura 18 Programa SPSS – variables de contraste prueba Friedman
Fuente: autoría propia.

4.- Rangos.

Tabla 17

Rangos prueba Friedman

	Rango promedio
I	2,94
II	1,13
III	1,94
IV	4,00

Propia del autor

Estadísticos de contraste^a d

Tabla 18

Estadístico de contraste prueba Friedman

N	8
Chi - Cuadrado	1,145
gl	2
Sig. Asintót.	,564

Propia del autor.

a. Prueba de Friedman

Como $H = 22.595$ (chi cuadrado) y $gl = 3$ χ critico = 7.71 (95% de confianza)

Decisión estadística: Chi cuadrado > chi critico entonces se acepta la H_a . Es decir, que hay diferencias entre los métodos de aprendizaje aplicados.

Ejercicio:

Con objeto de estudiar la diferencia de concentración de un tóxico (mg/1000) en distintos órganos de peces, se extrae una muestra aleatoria de peces de un río y se estudia en cada uno de ellos la concentración del tóxico (mg/1000) en cerebro corazón y sangre. El objetivo del estudio

es conocer si la concentración del tóxico en los tres órganos es igual o distinta. Los resultados obtenidos son los siguientes:

- $n(H) = 12$ peces
- $K = 3$ órganos (cerebro , corazón y sangre)

Hipótesis planteadas

H_0 : No existen diferencias significativas en la concentración del tóxico en cerebro corazón y sangre.

H_a : Existen diferencias significativas en la concentración del toxico en cerebro corazón y Sangre.

Cerebro	Corazón	Sangre
164	96	51
105	115	41
150	100	46
145	75	79
139	88	52
144	64	70
139	97	46
98	101	52
146	99	55
153	91	39
138	94	41
99	105	46

Figura 19 Rangos de puntuación
Fuente: autoría propia.

3.2 Coeficientes de correlación Spearman (r_s)

Se utiliza cuando una o ambas variables son de escala ordinal (escala de Likert). Es una medida de asociación basada en rangos de observaciones y no en los valores numéricos de los datos. La fórmula para el cálculo de rho cuando no existen empates, o existen unos cuantos empates, con respecto al número de parejas de datos es:

Donde:
$$r_s = 1 - \frac{6 \sum D_i^2}{N^3 - N}$$

D_i : Diferencia entre el i -ésimo par de rangos = $R(X_i) - R(Y_i)$

$R(X_i)$: es el rango del i -ésimo dato X

$R(Y_i)$: es el rango del i -ésimo dato Y

N: es el número de parejas de rangos

Ejemplo: determinar la relación entre el liderazgo directivo y la calidad de la IE Vitarte, con los siguientes datos obtenidos.

Tabla 19
Rangos de relación

Estudiante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº										
Liderazgo	40	45	50	50	47	40	41	35	44	46
calidad	42	46	48	49	40	39	41	36	45	45

Propia del autor

Procedimiento: método manual.

Tabla 20

Coefficientes de correlación de orden de rangos de Spearman Rho (rS)

	liderazgo	calidad	D _i	D _i ²
1	40	42	-2	4
2	45	46	-1	1
3	50	48	2	4
4	50	49	1	1
5	43	40	3	9
6	40	39	1	1
7	41	41	0	0
8	35	36	-1	1
9	44	45	-1	1
10	46	45	1	1
N=10			Σ(D_i²)=	23

Propia del autor

$$r_s = 1 - \frac{6 * \sum D_i^2}{N^3 - N} = 1 - \frac{6 * (23)}{10^3 - 10} = 1 - \frac{138}{990} = 0,86$$

Significancia estadística: Prueba de hipótesis

Pasos de la prueba de hipótesis:

1. Hipótesis estadísticas:

H₀ : No Existe relación entre el liderazgo directivo y la calidad

H_a : Existe relación entre el liderazgo directivo y la calidad

2. Nivel de significancia y grados de libertad

$$\alpha = 0.05 = 5/100 = 5\%$$

3. Cálculo del p valor o sig asintótica arroja 0,00 (En SPSS)

Si p valor o sig asintótica < 0,05 entonces se prueba la H_a

Si p valor o sig asintótica > 0,05 entonces se prueba la H₀



4. Contrastación:

Como $p \text{ valor} = 0,00 < 0,05$ entonces se rechaza la hipótesis nula (H_0); como consecuencia se acepta la hipótesis alterna (H_a).

EN SPSS

1.- Se definen las variables

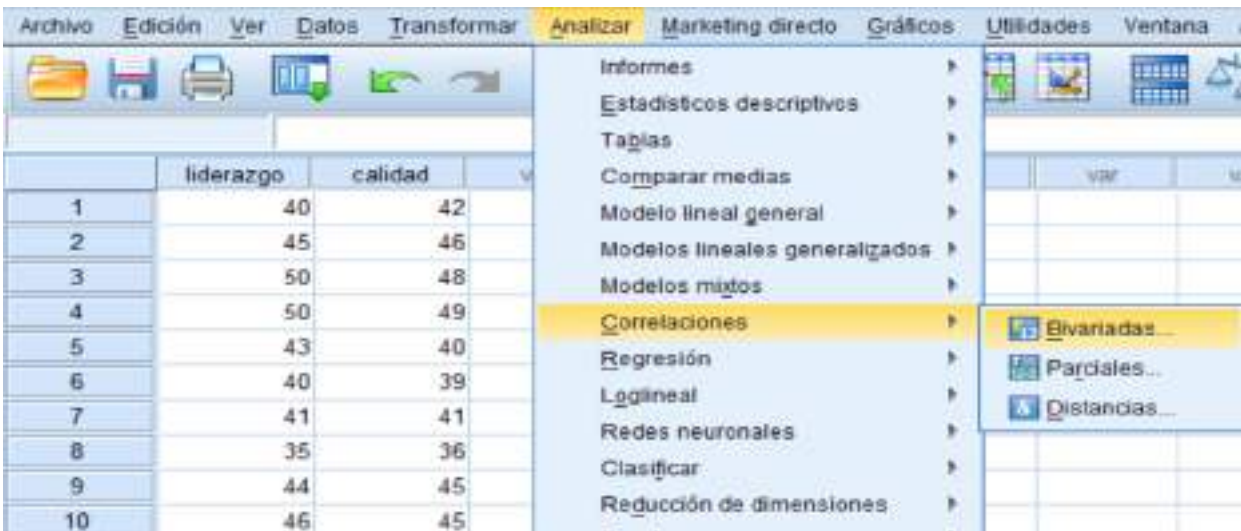


The screenshot shows the SPSS Variable View window. The menu bar includes Archivo, Edición, Ver, Datos, Transformar, Analizar, Marketing directo, Gráficos, Utilidades, Ventana, and Ayuda. The toolbar contains various icons for file operations and analysis. The main table defines two variables:

	Nombre	Tipo	Anchura	Decimales	Etiqueta	Valores	Perdidos	Columnas	Alineación	Medida
1	liderazgo	Numérico	8	0		(0, nunca)..	Ninguna	8	Derecha	Ordinal
2	calidad	Numérico	8	0		(0, nunca)..	Ninguna	8	Derecha	Ordinal

Figura 20 Variables – Prueba Spearman
Fuente: autoría propia.

2.- Se llenan los datos: ir al menú analizar /correlaciones/bivariadas



The screenshot shows the SPSS Data View window. The menu bar includes Archivo, Edición, Ver, Datos, Transformar, Analizar, Marketing directo, Gráficos, Utilidades, and Ventana. The 'Analizar' menu is open, showing options like Informes, Estadísticos descriptivos, Tablas, Comparar medias, Modelo lineal general, Modelos lineales generalizados, Modelos mixtos, Correlaciones, Regresión, Loglineal, Redes neuronales, Clasificar, and Reducción de dimensiones. The 'Correlaciones' menu is expanded, showing 'Bivariadas...', 'Parciales...', and 'Distancias...'. The data table below shows the following values:

	liderazgo	calidad
1	40	42
2	45	46
3	50	48
4	50	49
5	43	40
6	40	39
7	41	41
8	35	36
9	44	45
10	46	45

Figura 21 Registro de datos - Prueba Spearman
Fuente: autoría propia.

3.- Adjunte las variables a la ventana variables y poner check a la opción Spearman y click en el botón aceptar

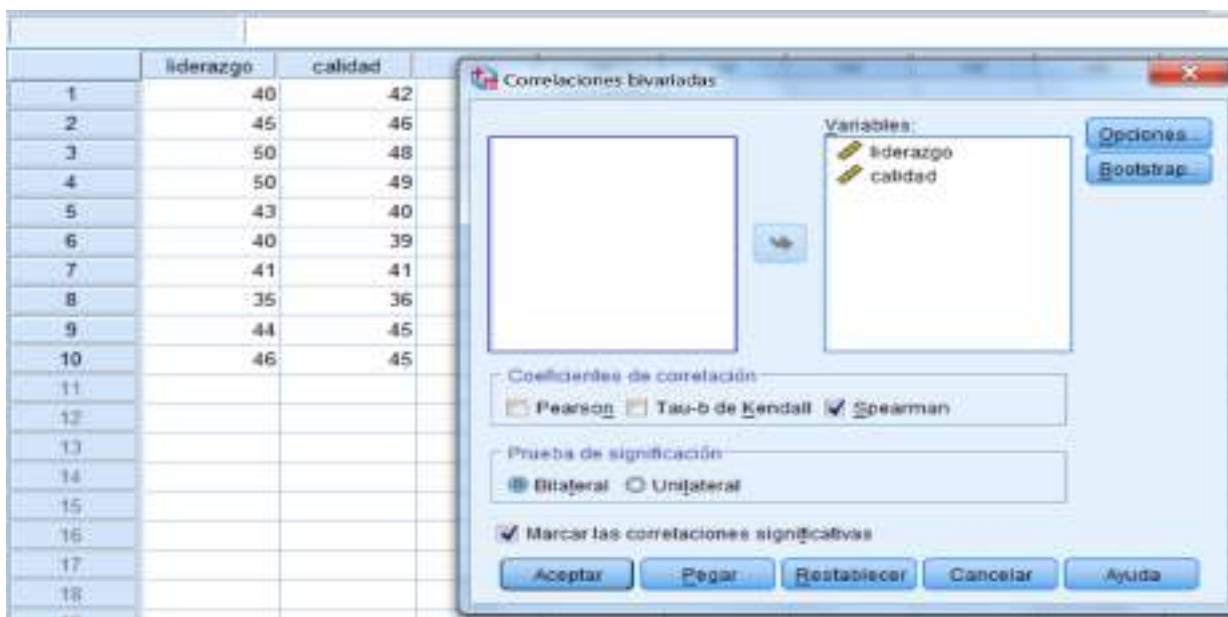


Figura 22 Spearman
Fuente: autoría propia.

4.- Se obtiene

Tabla 21
Correlaciones

			Liderazgo	Calidad
Rho de Spearman	Liderazgo	Coeficiente de correlación	1,000	,872**
		Sig. (bilateral)	.	,000
		N	10	10
	Calidad	Coeficiente de correlación	,872**	1,000
		Sig. (bilateral)	,000	.
		N	10	10

Propia del autor ** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Ejemplo:

							$\alpha = 5\%$
Ingreso	Consumo	Clasificación del ingreso X	Clasificación Consumo Y	$d_i = x-y$	$x-y$ cuadrado	¿El coeficiente de correlación de rangos de Spearman sugiere alguna relación?	
97	55	1	3	-2	4		
58	63	6	2	4	16		
69	54	3	4	-1	1		
47	37	8	9	-1	1		
58	45	6	7	-1	1		
38	38	9	8	1	1		
91	71	2	1	1	1		
67	52	5	6	-1	1		
68	53	4	5	-1	1		
47	37	8	9	-1	1		
48	37	7	9	-2	4		
						32	

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$r_s = 1 - \frac{6(32)}{11(11^2 - 1)} = 1 - \frac{192}{1320} = 0.85$$

$$H_0 : \rho_s = 0$$

No existe relación entre las dos variables

$$H_a : \rho_s \neq 0$$

Existe relación entre las dos variables

De tabla n apendice 3
Para un valor alfa del 5% y n=11 r=0.6091

Dado que rs= 0.85 mayor que r= 0.6091 la Ho.se rechaza.

Figura 23 Ejemplo 1 prueba de Spearman
 Fuente: autoría propia.

Ejemplo 2:

Tiempo	Nota	Clasificación del Tiempo X	Clasificación Nota Y	d _i = x-y	x-ycuadrado	$\alpha = 10 \%$
21	67	2	2	0	0	
18	58	3	4	-1	1	¿El coeficiente de correlación de rangos de Spearman sugiere alguna relación?
15	59	5	3	2	4	
17	54	4	5	-1	1	
18	58	3	4	-1	1	
25	80	1	1	0	0	
18	14	3	9	-6	36	
4	15	8	8	0	0	
6	19	6	7	-1	1	
5	21	7	6	1	1	
					45	

$$r_s = 1 - \frac{6(45)}{10(10^2 - 1)} = 1 - \frac{270}{990} = 0.72$$

$H_0 : \rho_s = 0$
 No existe relación entre las dos variables

$H_a : \rho_s \neq 0$
 Existe relación entre las dos variables

De tabla n apendice 3
 Para un valor alfa del 10% y n=10 r=0.5515

Dado que rs= 0.72 mayor que r= 0.5515 la Ho.se rechaza.

Figura 24 Ejemplo 2 prueba de Spearman.
 Fuente: autoría propia.

PROPUESTOS:

1. Doce parejas de gemelos dan un test psicológico para medir su tendencia a la agresividad.

Conjunto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1er. Nac.	86	71	77	68	91	72	77	91	70	71	88	87
2º Nac.	88	77	76	64	96	72	65	90	65	80	81	72

Figura 25. Tendencia de Agresividad.

¿Existe relación entre la tendencia de los niveles de agresividad entre los gemelos? Realice la prueba de hipótesis correspondiente.

- Calcular el r_s de Spearman
- Presente la prueba de hipótesis. Para $\alpha=0,05$

Calcular el r_s de Spearman

- a) Presente la prueba de hipótesis. Para $\alpha=0,05$
- b) Usando la información de la siguiente tabla, calcular un coeficiente de correlación de rango entre el éxito en la universidad y un nivel en la compañía logrado 10 años después.

Tabla 22
Rango de Éxito.

Estudiante	Rango universitario	Rango 10 años después
Juan	4	4
Margarita	3	3
Deborah	1	1
Esteban	2	2
Lisa	5	5

Propia del autor

3. Usando la información de la siguiente tabla, calcular un coeficiente de correlación de rango entre cada pareja de observaciones.

Tabla 23
Rango en la Compañía

Estudiante	Rango universitario	Rango en la compañía
Ramón	5	1
David	1	5
Julia	3	3
Román	2	4
Tania	4	2

Propia del autor

Ejercicios propuestos:

1.- A continuación se presentan dos variables correspondientes a la cantidad de ventas en el último año y las esperadas para el próximo año, de 10 vendedores, ¿Existe una correlación significativa entre las dos mediciones? Utilice un nivel de significancia de 10%.

Tabla 24
Rango de Cantidad de Ventas

x	30	17	35	28	39	19	41	37	28	36
y	24	29	35	19	28	37	29	24	15	39

Propia del autor

2.- El gerente general de una compañía clasificó una muestra de 8 trabajadores según la antigüedad en el empleo y su desempeño, ¿es significativa la correlación de rangos a un nivel de 7%?

Tabla 25
Rango de Antigüedad vs. Desempeño

Antigüedad	5.0	3.8	4.7	5.9	6.1	7.0	4.3	6.7
Desempeño	5.4	2.9	6.3	5.8	4.8	4.9	6.8	7.0

Propia del autor

UNIDAD IV

OBJETIVOS

- Diferenciar los estadísticos no paramétrico en cuanto a su aplicación dependiendo de las variables de manera correcta.
- Aplicar los estadísticos no paramétricos Chi cuadrado eficientemente.

UNIDAD IV

4.1. Distribución Ji-Cuadrada o Chi-cuadrada o X^2 .

Es una prueba útil para variables categóricas y es aplicable cuando la variable nominal está compuesta por dos o más categorías. Tiene dos aplicaciones:

1. La prueba de bondad de ajuste (1 variable)
2. La prueba Chi-cuadrada de asociación (2 variables)
3. Prueba de homogeneidad (2 variables)

Las dos últimas pruebas se utilizan para determinar si las frecuencias observadas (O) en las categorías difieren significativamente de las frecuencias esperadas (E).

Es una prueba estadística para evaluar hipótesis acerca de la relación entre dos variables categóricas (nominal u ordinal)

La pregunta es:

¿Existe o no relación entre las variables X e Y?

Es decir: Si X e Y son o no independientes o están asociadas o disociadas.

Formulación de hipótesis:

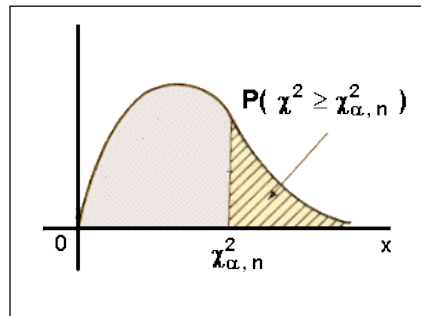
H_0 : Las variables X e Y son independientes, (X e Y no están relacionados)

H_1 : Las variables X e Y no son independientes, (X e Y están relacionados)

Características

1. La Distribución χ^2 se lee con grados de libertad G.L = (Nº de filas - 1) (Nº de columnas - 1).
2. No tiene valores negativos. El valor mínimo es 0.
3. Todas las curvas son asimétricas
4. Cuando aumentan los grados de libertad las curvas son menos elevadas y más extendidas a la derecha.
5. Se utiliza para variables medidas en escala nominal u ordinal.
6. Las fórmulas son:

$$\chi_c^2 = \sum \left[\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \right]$$



$$F. Esperada = \frac{\text{Total de Fila} \times \text{Total de Columna}}{\text{Total General}}$$

Ejemplo 1: se tiene a 180 alumnos de una IE en la que existe un asociación entre la motivación y el rendimiento académico en matemática, tal como se muestra en la tabla de contingencia de 2x2 se le tipifica como:

Tabla 26

Frecuencias observadas (F_o)

MOTIVACIÓN	RENDIMIENTO		TOTAL
	ALTO	BAJO	
ALTA	50	10	60
BAJA	25	95	120
TOTAL	75	105	180

Propia del autor

Frecuencias esperadas. (F_e)

Para determinar las frecuencias esperadas a partir de los datos observados, resulta de multiplicar los respectivos marginales y dividir por el gran total.

Tabla 27

Rendimiento.

MOTIVACION	RENDIMIENTO		TOTAL
	ALTO	BAJO	
ALTA	$60(75)/180$	$60(105)/180$	60
BAJA	$120(75)/180$	$120(105)/180$	120
TOTAL	75	105	180

Propia del autor

A través de Chi-cuadrado se probará de forma afirmativa o negativa que la distribución de las frecuencias observadas difiere significativamente en relación a la distribución de las frecuencias que deberíamos esperar.

$$X^2 = \frac{\sum(O - E)^2}{E}$$

O= Frecuencia Observada

E= Frecuencia Esperada

Tabla 28

Frecuencia Esperada

O	E	(O - E)	(O - E) ²	(O - E) ² /E
50	25	25	625	25
25	50	-25	625	12.5
10	35	-25	625	17.8
95	70	25	625	8.9

Propia del autor

$$X^2 = 64.2$$

Si X^2 observado es mayor que el X^2 crítico entonces, podemos afirmar que existe una asociación, estadísticamente significativa entre las variables estudiadas.

Para encontrar X^2 crítico se requiere comprender dos conceptos:

Grados de libertad y Nivel de significación

Grados de libertad (GL): Se define como (Número de columnas -1) x (Número de filas -1).

Para el ejemplo sería: Tabla de 2x2, entonces, $GL = (2-1)(2-1) = 1$

Nivel de significación (P): denominado nivel de confianza, se refiere a la probabilidad de que los resultados observados se deban al azar. Este valor es fijado por el investigador, usualmente es el 5% o 10%. Lo que indica que si se toma $P=0.05$, se está significando que solo en un 5% de las veces en que se realice la medición, el resultado obtenido podría deberse al azar. De lo contrario sería decir que existe un nivel de confianza del 95% que el resultado es real y no debido a la casualidad. Considerando $P=0.05$ y $GL=1$, se tiene que X^2 crítico es igual a 3.84. Se observa que X^2 calculado (64.2) es mayor a X^2 crítico (3.84).

Luego podemos afirmar que el rendimiento de la asignatura de matemática está asociado a la motivación de los alumnos por dicha asignatura.

Ejemplo 2.

Se tiene 1040 estudiantes de los niveles de educación primaria y secundaria, en las que se mide el aprendizaje de la asignatura de CTA en alumnos del 3er grado de secundaria de una IE, en las dimensiones de aprendizaje conceptual, procedimental y actitudinal.

Variables:

Aprendizaje Categorías: conceptual, procedimental, actitudinal.

Nivel de educación Categorías: primaria, secundaria.

Tabla de contingencia: (3x2)

	NIVEL DE EDUCACIÓN		
	Primaria	Secundaria	
APRENDIZAJE	Conceptual	180	100
	Procedimental	190	280
	Actitudinal	170	120

	NIVEL DE EDUCACIÓN		TOTAL	
	Primaria	Secundaria		
APRENDIZAJE	Conceptual	180	100	280
	Procedimental	190	280	470
	Actitudinal	170	120	290
TOTAL		540	500	1040

Figura 25 Tablas de frecuencias observadas (O): recopilado de datos observable

Fuente: autoría propia.

La Chi-cuadrada es una comparación entre las tablas de frecuencias observadas y la denominada tabla de frecuencias esperadas (la tabla que esperaríamos encontrar si las variables fueran estadísticamente independientes o no estuvieran relacionadas).

Tabla de frecuencias esperadas (E):

	NIVEL DE EDUCACIÓN		Marginal de filas	
	Primaria	Secundaria		
APRENDIZAJE	Conceptual	$\frac{(280)(540)}{1040}$	$\frac{(280)(500)}{1040}$	280
	Procedimental	$\frac{(470)(540)}{1040}$	$\frac{(470)(500)}{1040}$	470
	Actitudinal	$\frac{(290)(540)}{1040}$	$\frac{(290)(500)}{1040}$	290
marginal de columnas		540	500	1040

	NIVEL DE EDUCACIÓN		TOTAL	
	Primaria	Secundaria		
APRENDIZAJE	Conceptual	145,4	134,6	280
	Procedimental	244,0	226,0	470
	Actitudinal	150,6	139,4	290
TOTAL		540	500	1040

Celda	O	E	O-E	(O-E) ²	(O-E) ² / E
Conceptual/Primaria	180	145,4	34,6	1197,16	8,23
Procedimental/Primaria	190	244,4	-54,4	2959,36	12,11
Actitudinal /Primaria	170	150,6	19,4	376,36	2,50
Conceptual / Secundaria	100	134,6	-34,6	1197,16	8,69
Procedimental /Secundaria	280	226,0	54,0	2916,00	12,80
Actitudinal / Secundaria	120	139,4	-19,4	376,36	2,70
				X² =	47,33

Figura 26 Tablas de frecuencias esperadas

Fuente: autoría propia.

Significancia estadística: Prueba de hipótesis

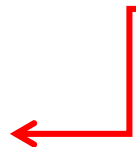
Pasos de la prueba de hipótesis:

1. Hipótesis estadísticas:

H₀ : ~

H₁ :

H: Existe Asociación entre la Nivel Educativo y el Aprendizaje de la CTA



2. Nivel de significancia y grados de libertad

$\alpha = 0.05 = 5\%$ y g.l. = (N° de filas-1) x (N° de columnas-1)

En nuestro caso: $\alpha = 0.05$ y g.l. = (3-1)(2-1) = 2

3. Cálculo de X^2 obtenido:

Para el ejemplo: X^2 obtenido = 47,33

4. Cálculo de X^2 crítico:

Teniendo en cuenta el paso 2, se obtiene el X^2 crítico de la Tabla estadística de Chi-Cuadrada ($\alpha = 0.05$ y g.l. = 2)

$$X^2_{\text{crítico}} = 5,9915$$

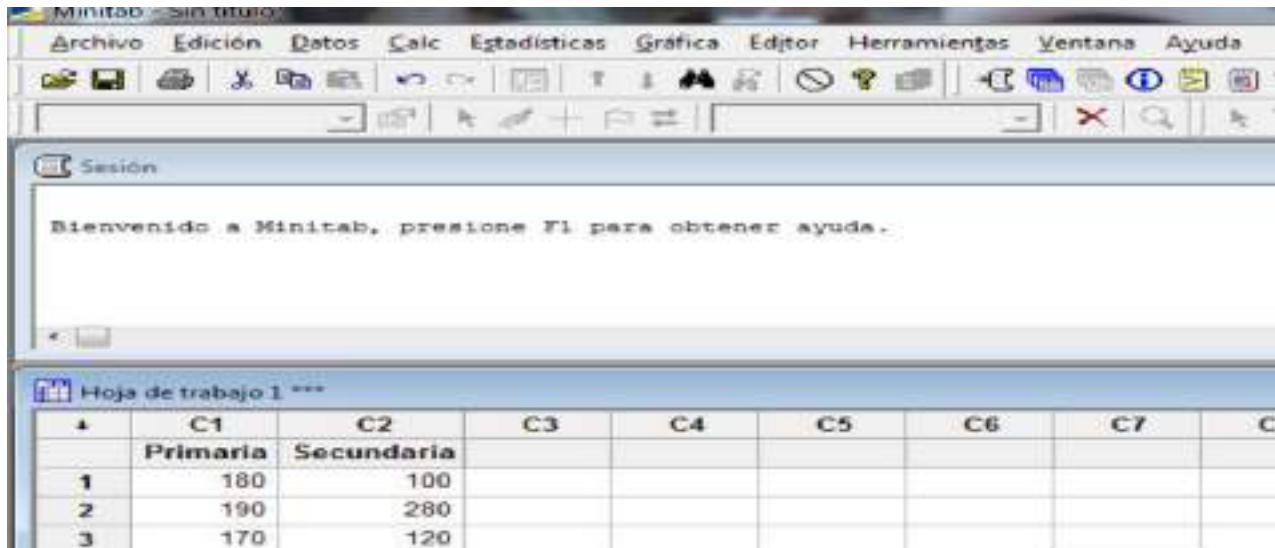
5. Regla de decisión:

Si $X^2_{\text{obtenido}} \geq X^2_{\text{crítico}}$, o (P-valor $< \alpha$); entonces se rechaza la hipótesis nula (H_0) como consecuencia se acepta la hipótesis alterna (H_1).

$$X^2_{\text{Obtenido}} = 47,33 \text{ y } X^2_{\text{Crítico}} = 5,9915$$

EN MINITAB:

1.- Ingrese los datos en MINITAB:



The screenshot shows the Minitab interface. The menu bar includes Archivo, Edición, Datos, Calc, Estadísticas, Gráfica, Editor, Herramientas, Ventana, and Ayuda. The 'Sesión' window displays a welcome message: 'Bienvenido a Minitab, presione F1 para obtener ayuda.' The 'Hoja de trabajo 1' window contains a data table with the following content:

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
	Primaria	Secundaria						
1	180	100						
2	190	280						
3	170	120						

Figura 27 Datos para Chi-cuadrada

Fuente: autoría propia.

2.- Ir al menú Estadísticas/Tablas/Prueba chi cuadrada de dos factores

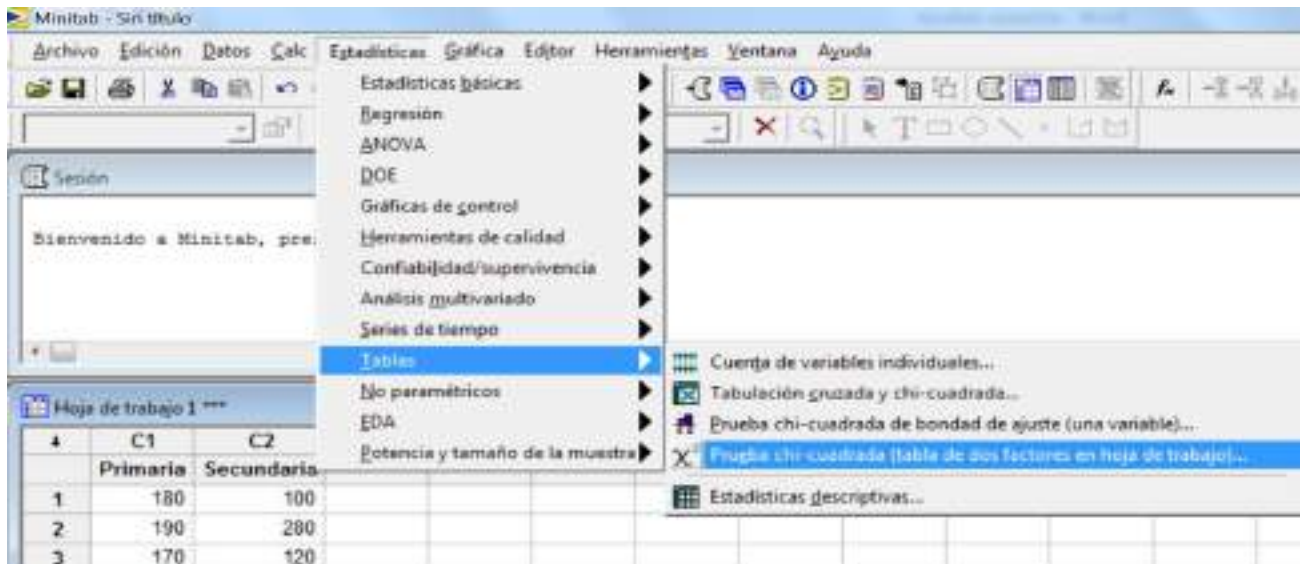


Figura 28 Prueba de Chi-cuadrada de dos factores.

Fuente: autoría propia.

3.- Adjuntar las variables y aceptar

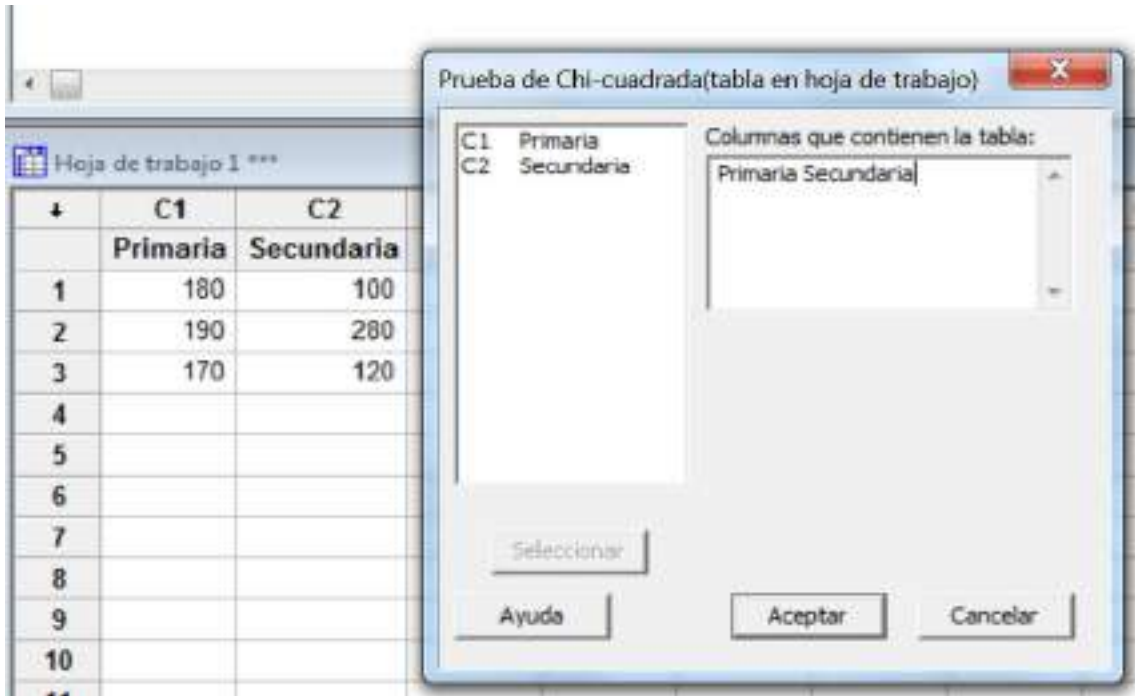


Figura 29 Variables para Prueba de Chi-cuadrada
Fuente: autoría propia.

4.- Resultados

The image shows a SPSS 'Sesión' window displaying the results of a Chi-square test. The table shows the observed counts, expected counts, and standardized residuals for the 3x2 table. The Chi-square value is 47.243, with 2 degrees of freedom and a p-value of 0.000.

	Primaria	Secundaria	Total
1	180	100	280
	145.38	134.62	
	8.242	8.901	
2	190	280	470
	244.04	225.96	
	11.966	12.923	
3	170	120	290
	150.58	139.42	
	2.505	2.706	
Total	540	500	1040

Chi-cuadrada = 47.243, GL = 2, Valor P = 0.000

Figura 30 Resultados de Prueba de Chi-cuadrada
Fuente: autoría propia.

Contraste los resultados con los obtenidos de manera manual

EN SPSS:

1.- Definir las variables con su medida y asignar valores

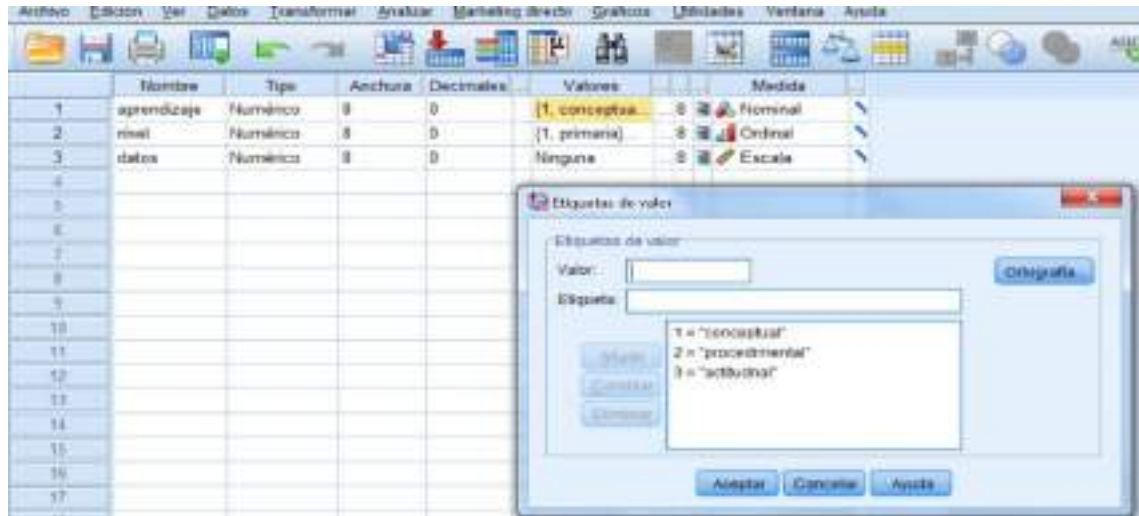


Figura 31 Variables de Prueba de Chi-cuadrada
Fuente: autoría propia.

2.- Llene los datos de acuerdo al orden de fila y columna:

The screenshot shows the SPSS 'Data View' window with the following data entered:

	aprendizaje	nivel	datos	var	var	var	var	var	var
1	1	1	180						
2	1	2	100						
3	2	1	150						
4	2	2	280						
5	3	1	170						
6	3	2	120						

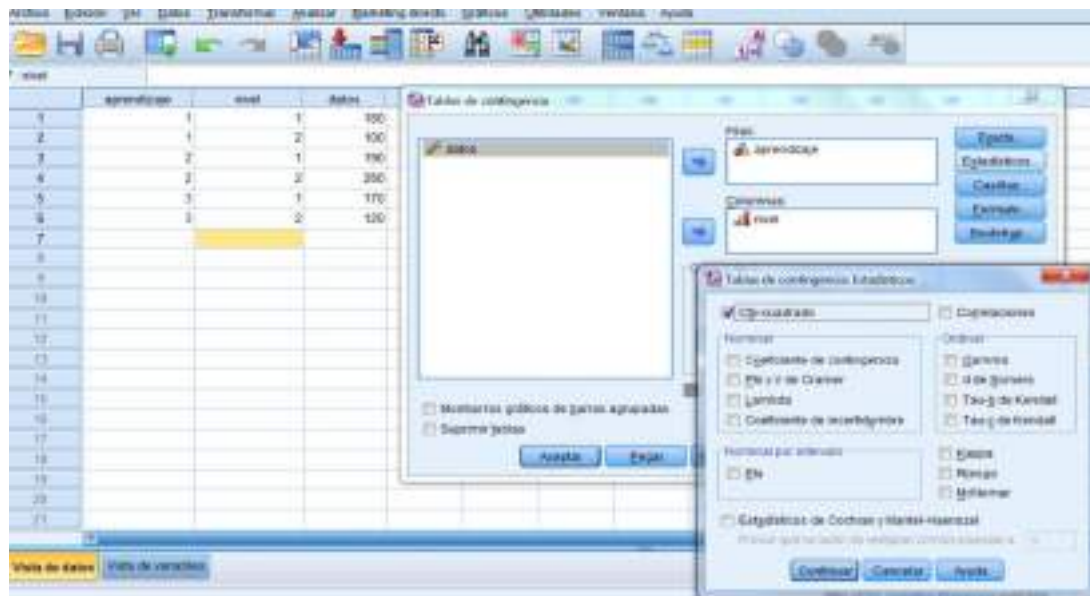
Figura 32 Datos de Prueba de Chi-cuadrada
Fuente: autoría propia.

3.- Muestra literal

	aprendizaje	nivel	datos	var	var	var	var	var
1	conceptual	primaria	180					
2	conceptual	secundaria	100					
3	procedimental	primaria	190					
4	procedimental	secundaria	280					
5	actitudinal	primaria	170					
6	actitudinal	secundaria	120					

Figura 33 Muestra literal de Prueba de Chi-cuadrada
Fuente: autoría propia.

4. Ir al menú analizar/estadísticos descriptivos/tablas de contingencia, adjunte las variables y en el botón estadísticos colocar check en casilla Chi cuadrado.



Ojo: ir al menú datos / ponderar casos adjunte la variable

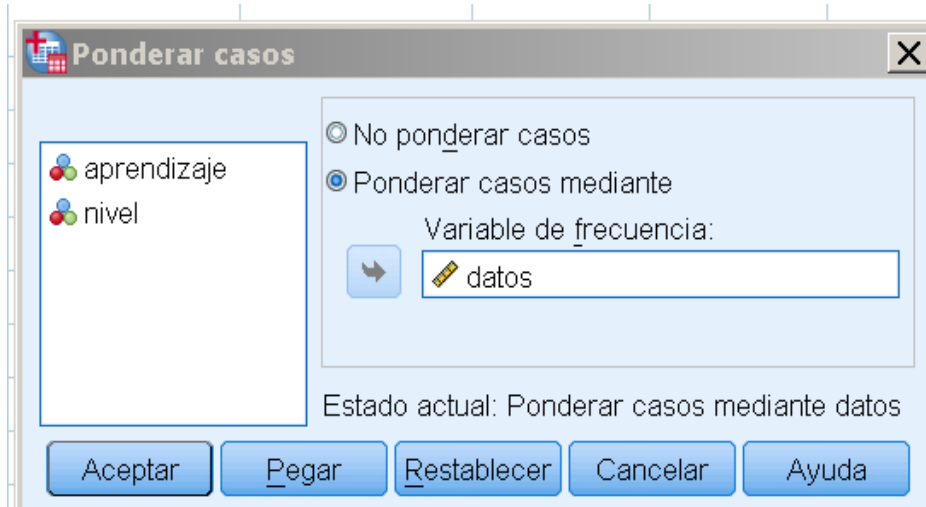


Figura 34 Datos de Prueba de Chi-cuadrada
Fuente: autoría propia.

5. Resultados :

Tabla 29

Contingencias de Aprendizaje

		Nivel		Total
		Primaria	Secundaria	
Aprendizaje	conceptual	180	100	280
	procedimental	190	280	470
	actitudinal	170	120	290
Total		540	500	1040

Propia del autor

Tabla 30

Prueba de chi – cuadrado

	Valor	gl	Sig. Asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	47,243^a	2	,000
Razón de verosimilitudes	47,645	2	,000
Asociación lineal por lineal	1,621	1	,203
N de casos válidos	1040		

Propia del autor.

a. 0 casillas (0,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 134,62

Contraste estos resultados con el método manual

Ejemplo en Excel:

Se tiene las respuestas de una encuesta por género y opiniones (ambas variables de tipo nominal). Pruebe si el género y las opiniones están asociadas.

Tabla 31

Opiniones

Hombres (Real)	Mujeres (Real)	Descripción
58	35	Están de acuerdo
11	25	Neutra
10	23	No están de acuerdo
Hombres (Esperado)	Mujeres (Esperado)	Descripción
45,35	47,65	Están de acuerdo
17,56	18,44	Neutra
16,09	16,91	No están de acuerdo
Fórmula	Descripción	Resultado
=PRUEBA.CHICUAD(rangoreal,rangoesperado)		

Propia del autor

Pasos:

1.- Llene los datos en Excel y calcule además la tabla esperada:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Hombres (Real)	Mujeres (Real)						
2	58	35						
3	11	25	Chi Cuadrada	=PRUEBA.CHICUAD(
4	10	23			PRUEBA.CHICUAD(rango_real rango_esperado)			
5								
6	Hombres (Esperado)	Mujeres (Esperado)						
7	45,35	47,65						
8	17,56	18,44						
9	16,09	16,91						

Figura 35 Datos de Prueba en Excel de Chi-cuadrada

Fuente: autoría propia.

1. Se selecciona :

E3	A	B	C	D	E	F	G
	Hombres (Real)	Mujeres (Real)					
1							
2	58	35					
3	11	25	Chi Cuadrada	=PRUEBA.CHICUAD(A2:B4,A7:B9)			
4	10	23					
5							
6	Hombres (Esperado)	Mujeres (Esperado)					
7	45,35	47,65					
8	17,56	18,44					
9	16,09	16,91					

Figura 36 Selección de datos en Excel para prueba de Chi-cuadrada

Fuente: autoría propia.

2. Se obtiene

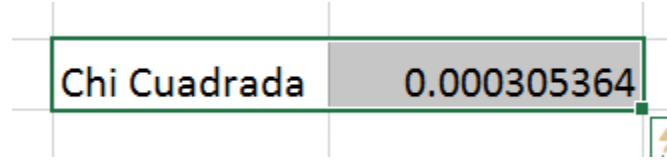


Figura 37 Resultado en Excel para prueba de Chi-cuadrada
Fuente: autoría propia.

Como p (Sig.) o p value o p valor = $0,000305364 < 0.05$

Regla de decisión:

Sí p (Sig.) > 0.05 ; Se asume la Hipótesis nula H_0

Sí p (Sig.) < 0.05 ; Se asume la Hipótesis alternativa H_a

Ejercicios:

1. Una universidad está pensando en implantar uno de los tres sistemas de calificaciones siguientes: sistema A1; sistema A2 y sistema A3. Se realiza una encuesta para determinar si existe una relación entre el área de interés de cada alumno y su presencia para algún sistema de calificación. Se elige una muestra aleatoria de 200 estudiantes del área ingeniería, 200 de ciencias, y 100 de bellas artes. Se pregunta a cada alumno cuál de los tres calificaciones prefieren. Los resultados aparecen en la siguiente tabla:

	Sistema de calificación		
	A1	A2	A3
Bellas artes	26	55	19
Ciencias	24	118	58
Ingeniería	20	112	68

Figura 38 Sistema de Calificación
Fuente: autoría propia.

- a) ¿Cuál es la hipótesis nula?
- b) ¿Cuál es la hipótesis alterna?
- c) Realice la prueba de hipótesis. Utilice $\alpha = 0,05$

2. Debido a la inflación galopante, el gobierno está considerando la imposición de un control de precios y salarios. Un economista del gobierno, interesado en determinar si existe una relación entre el empleo y la actitud hacia este control, reúne los siguientes datos. Los datos muestran, para cada tipo de empleo, el número de individuos en la muestra que están a *favor* o *contra* de los controles

	Actitud hacia el control de precios y salarios	
	A favor	En contra
Obreros	90	60
Empresarios	100	150
Profesionales	110	90

Figura 39 Actitud hacia el control de precios y salarios.
Fuente: autoría propia.

- a) ¿Cuál es la hipótesis nula?
- b) ¿Cuál es la hipótesis alterna?
- c) Realice la prueba de hipótesis. Utilice $\alpha = 0,05$

3.- Determine si puede o no realizar la prueba Chi-cuadrado, y porque.

- a. Se desea determinar la relación que existe entre la ubicación del estudiante en el aula de clase y su nivel de atención. Se han escogido las categorías por la ubicación

en el aula de: alumno adelante y alumno atrás. Por el nivel de atención de: bajo, medio-bajo y bajo-bajo.

b. Se desea determinar la relación que existe entre consumo de cigarrillos y rendimiento en el trabajo en una oficina de 10 empleados. Se categoriza a los fumadores en altamente fumadores, poco fumadores y no fumadores y el rendimiento en alto y bajo.

3) Tres grupos de alumnos de una Universidad respondieron a la Escala E de Dogmatismo de Milton Rokcach. Los resultados fueron:

Tabla 32

Resultados de la Escala E.

	Grupo A	Grupo B	Grupo C
Por debajo de X	10	6	12
Por encima de X	8	14	5

Propia del autor.

a) ¿Cuál es la hipótesis nula?

b) ¿Cuál es la hipótesis alterna?

c) Realice la prueba de hipótesis. Utilice $\alpha = 0,05$

4) Supongamos que un investigador está interesado en evaluar la asociación entre uso de cinturón de seguridad en vehículos particulares y el nivel socioeconómico del conductor del vehículo. Con este objeto se toma una muestra de conductores a quienes se clasifica en una tabla de asociación, encontrando los siguientes resultados:

Tabla 33

Relación uso del cinturón de seguridad vs nivel socioeconómico de conductores

Uso de cinturón	Nivel socioeconómico bajo	Nivel socioeconómico medio	Nivel socioeconómico alto	TOTAL
SI	8	15	28	51
NO	13	16	14	43
TOTAL	21	31	42	94

Propia del autor.

H0: "El uso de cinturón de seguridad es independiente del nivel socioeconómico".

H1: "El uso de cinturón de seguridad depende del nivel socioeconómico".

5) Un estudio sobre caries dental en niños de seis ciudades con diferentes cantidades de flúor en el suministro. Se muestra la siguiente tabla:

Tabla 34

Frecuencia de uso del flúor

Comunidad	Nº niños sin caries	Nº niños con caries
A	38	87
B	8	117
C	30	95
D	44	81
E	64	61
F	32	93

Propia del autor

H0: Las incidencias de caries es igual en las seis ciudades (las poblaciones son homogéneas)

H1: Las incidencias de caries no es igual en las seis ciudades (las poblaciones no son homogéneas)

7) Una muestra aleatoria de 200 adultos se clasifican de acuerdo al sexo y al número de horas que miran televisión durante la semana las frecuencias se dan en la siguiente tabla:

Nº de horas que miran TV		
	Menos de 15 horas	Al menos 15 horas
Hombre	55	45
Mujer	40	60

Figura 40 *Número de horas que miran TV.*

Fuente: autoría propia.

Con esta información, ¿se puede concluir que el tiempo utilizado para ver tv es independiente del sexo? use $\alpha = 0.05$

H0 : El sexo es independiente de las horas de ver televisión

H1 : El sexo y las horas de ver televisión están relacionadas

ANEXOS

TABLA 3-Distribución Chi Cuadrado χ^2

P = Probabilidad de encontrar un valor mayor o igual que el chi cuadrado tabulado, v = Grados de Libertad

v/p	0,001	0,0025	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35
1	10,8274	9,1404	7,8794	6,6349	5,0239	3,8415	2,7055	2,0722	1,6424	1,3233	1,0742	0,8735
2	15,8130	11,9827	10,5965	9,2104	7,3778	5,9915	4,6052	3,7942	3,2189	2,7726	2,4079	2,0996
3	16,2660	14,3202	12,8381	11,3449	9,3484	7,8147	6,2514	5,3170	4,6416	4,1083	3,6649	3,2831
4	18,4662	16,4238	14,8602	13,2767	11,1433	9,4877	7,7794	6,7449	5,9886	5,3853	4,8784	4,4377
5	20,5147	18,3854	16,7496	15,0863	12,8325	11,0705	9,2363	8,1152	7,2893	6,6257	6,0644	5,5731
6	22,4575	20,2491	18,5475	16,8119	14,4494	12,5916	10,6446	9,4461	8,5581	7,8408	7,2311	6,6948
7	24,3213	22,0402	20,2777	18,4753	16,0128	14,0671	12,0170	10,7479	9,8032	9,0371	8,3834	7,8061
8	26,1239	23,7742	21,9549	20,0902	17,5345	15,5073	13,3616	12,0271	11,0301	10,2189	9,5245	8,9094
9	27,8767	25,4625	23,5893	21,6660	19,0228	16,9190	14,6837	13,2880	12,2421	11,3887	10,6564	10,0060
10	29,5879	27,1119	25,1881	23,2093	20,4832	18,3070	15,9872	14,5339	13,4420	12,5489	11,7807	11,0971
11	31,2635	28,7291	26,7569	24,7250	21,9200	19,6752	17,2750	15,7671	14,6314	13,7007	12,8987	12,1836
12	32,9092	30,3182	28,2907	26,2170	23,3367	21,0261	18,5493	16,9893	15,8120	14,8454	14,0111	13,2661
13	34,5274	31,8830	29,8193	27,6882	24,7356	22,3620	19,8119	18,2020	16,9348	15,9839	15,1187	14,3451
14	36,1239	33,4262	31,3194	29,1412	26,1189	23,6848	21,0641	19,4062	18,1508	17,1169	16,2221	15,4209
15	37,6978	34,9494	32,8015	30,5780	27,4884	24,9958	22,3071	20,6030	19,3107	18,2451	17,3217	16,4940
16	39,2518	36,4555	34,2671	31,9999	28,8453	26,2962	23,5418	21,7931	20,4651	19,3689	18,4179	17,5646
17	40,7911	37,9462	35,7184	33,4087	30,1910	27,5871	24,7690	22,9770	21,6146	20,4887	19,5110	18,6330
18	42,3119	39,4220	37,1564	34,8052	31,5264	28,8693	25,9894	24,1555	22,7595	21,6049	20,6014	19,6993

Referencias

- Álvarez R (1.995). Estadística multivariante y no paramétrica con SPSS. Aplicación a las ciencias de la salud. Madrid. Díaz de Santos.
- La Cruz & otros (1.995). Estadística elemental con SPSS. Prensas Universitarias de Zaragoza.
- Ferrán, M. (2.002). Curso de SPSS para Windows. McGraw Hill.
- Jhonson, R (2.002). Estadística Elemental. 2da. Edición. México DF. Editorial Trillas.
- Peña D (2.001). Fundamentos de Estadística. Alianza Editorial.
- Quintín M, Cabero T (2.012). Apuntes Doctorales “estadística aplicada a la investigación científica: EPG UNE.
- Quispe A (2.017) Estadística aplicada a la investigación científica con prueba de hipótesis para pregrado y posgrado con software (SPSS, MINITAB y EXCEL).
- Vicente, M^a L.; Girón, P.; Nieto, C.; Pérez, T. (2.000). Diseño de Experimentos. Soluciones con SAS y SPSS. Editorial Prentice Hall.
- Visauta, B (1.997). Análisis estadístico con SPSS para Windows. Estadística básica. Ed. McGraw Hill.
- Visauta, B (1.998). Análisis estadístico con SPSS para Windows. Estadística multivariante. Ed. McGraw Hill.

Semblanza Autores

Adrian Quispe Andia

Licenciado en Computación en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, recibió el grado de Bachiller en Ingeniería de Sistemas e Informática en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. También es Licenciado en Educación en la especialidad de Matemática-Física en la Universidad Nacional de Educación “Enrique Guzmán y Valle”, es Magister en didáctica universitaria en la escuela de posgrado de la Universidad Nacional de Educación “Enrique Guzmán y Valle” y Doctor en ciencias de la educación en la escuela de posgrado de la Universidad Nacional de Educación “Enrique Guzmán y Valle”. Es Docente nombrado en el departamento de matemática e informática de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Educación “Enrique Guzmán y Valle”. Email: adrianqa@gmail.com

Kriss Melody Calla Vásquez

Licenciada en Lengua Española y Literatura, con maestría en Docencia Universitaria, Doctorado en Ciencias de la Educación y segunda especialidad en Estadística e Investigación Científica. Docente desde hace más de 12 años en diferentes instituciones públicas y privadas. Actualmente es docente tiempo completo de Pregrado y Posgrado y Directora de Investigación de la Universidad César Vallejo. Email: callavasquezkriss@gmail.com.

Judith Soledad Yangali Vicente

Licenciada en Educación, en la especialidad de Historia y Geografía, además cuento con una segunda especialidad en Estadística e Investigación Científica, y otra segunda especialidad en inglés educativo; es Magister en administración de la educación, Maestra en Educación, y Doctora

en Educación, especialista en gestión de la calidad, auditora de la norma ISO 9001 y cuento con una Especialización en Investigación Científica, en la Universidad de Celaya - México. Docente universitaria investigadora en pre y posgrado en la universidad Norbert Wiener, Universidad Nacional de Cañete, y Universidad Cesar Vallejo. Email:judithsyv@gmail.com.

José Luis Rodríguez López

Doctor en Educación, grado obtenido en la Universidad César Vallejo; Magister en educación con mención en Docencia y Gestión Educativa en la Universidad César Vallejo; con grado de Bachiller de Educación en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos; con título profesional de Licenciado en Educación especialidad de Matemática en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, profesor titulado en la especialidad de matemática en el Instituto Superior Pedagógico “Libertad” de la ciudad de Trujillo; con conocimientos en Computación Ofimática, estadística, Tics, entre otros; con experiencia en docencia superior universitaria. Email: luisjoserodriguez1512@gmail.com.

Ilich Ivàn Pumacayo Palomino

Licenciado en Educación con grado de Bachiller en Ciencias de la Educación, además es Bachiller en Ciencias de la Administración, cuenta con Maestría en Gestión Educacional y Doctorado en Ciencias de la Educación. Es docente universitario en diferentes Universidades, como son la UNE, UNMSM y la UCV desde el año 2012 hasta la actualidad. Email:Ilichpumacayop10@gmail.com

